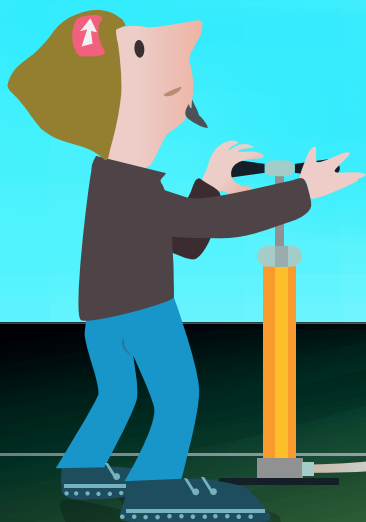





KIRSTEN BIEDERMANN · ANDERS FLORÉN · PHILIPPE JEANJACQUOT · DIONYSIS KONSTANTINOU · CORINA TOMA

POD CIŚNIENIEM



 piłka, masa, waga, pompka, ciśnienie, gaz doskonały, zderzenie sprężyste, współczynnik restytucji

 fizyka, matematyka, TIK

 Ten scenariusz zajęć nadaje się do wykorzystania podczas lekcji z uczniami w różnym wieku, od szkoły podstawowej przez gimnazjum aż do szkoły średniej. Obie części można zmodyfikować i dostosować do poziomu uczniów:

Poziom 1: Dla uczniów szkół podstawowych (wiek: 9–12 lat)

Poziom 2: Dla uczniów szkół gimnazjalnych (wiek: 12–15 lat)

Poziom 3: Dla uczniów szkół średnich (wiek: 15–18 lat)

1 | STRESZCZENIE

Czy kiedykolwiek zastanawialiście się, jak ważne jest ciśnienie powietrza w piłce nożnej? W tym scenariuszu zajęć zaprezentowano różne ćwiczenia dotyczące ciśnienia. Pierwsze ćwiczenie rozpoczyna się pomiarem masy powietrza wewnątrz piłki oraz wskazuje jej powiązanie z ciśnieniem wewnętrznym. Drugie ćwiczenie bada zależność maksymalnej wysokości osiągniętej przez piłkę po pierwszym zderzeniu lub odbiciu się od ciśnienia wewnątrz piłki oraz jednocześnie prezentuje znaczenie stanu powierzchni podłoża.

2 | WPROWADZENIE KONCEPCYJNE

Naszym celem jest pokazanie, że za pomocą prostych doświadczeń uczniowie mogą zmierzyć masę powietrza wewnątrz piłki, a następnie zweryfikować liniową zależność pomiędzy ciśnieniem a masą zgodnie z równaniem stanu gazu doskonałego. Na końcu uczniowie zbadają znaczenie ciśnienia w procesie odbijania i zastosują zasadę zachowania energii mechanicznej.

2 | 1 Część 1: Masa powietrza a ciśnienie

Patrz szczegóły ćwiczeń w części 3 *Zadanie uczniów*.

Poziom 1:

Można przeprowadzić dwa różne i niezależne ćwiczenia. Pierwsze skupia się na masie powietrza oraz sposobie zmierzenia masy powietrza wewnątrz piłki. Nauczyciel może przyjąć podejście badawcze i zapytać uczniów, jak ich zdaniem można by obliczyć masę powietrza wewnątrz piłki. Uczniowie będą proponować rozwiązania i wykonywać doświadczenia, np. używając wagi, pompując piłkę i sprawdzając masę piłki po napompowaniu. W drugim ćwiczeniu uczniowie skupią się na objętości oraz na metodach wyznaczania zewnętrznej objętości piłki (np. z wiadrzem wody).

Poziom 2:

Zmierzcie masę powietrza wewnątrz piłki przy różnym ciśnieniu. Znajdźcie związek pomiędzy ciśnieniem a masą powietrza (założenie: objętość piłki nie zmienia się wraz ze wzrostem ciśnienia). Uczniowie mogą sporządzić wykres prezentujący masę powietrza przy różnym ciśnieniu. Uczniowie mogą także zmierzyć objętość piłki. Doświadczenie to można również wykorzystać do poznania siły wyporu piłki w powietrzu.

Poziom 3:

Uczniowie mogą wykonać takie same doświadczenia jak uczniowie na poziomie 2. Porównaj swój wykres zależności pomiędzy masą a ciśnieniem powietrza wewnątrz piłki przy użyciu równania stanu gazu doskonałego i oblicz różne parametry gazu na podstawie nachylenia wykresu.

2 | 2 Część 2: Zależność wysokości odbicia od ciśnienia

Poziom 1:

Zbadajmy różnice wysokości odbicia piłek (jakościowo): Upuśćcie dwie piłki z tej samej wysokości i odnotujcie bezpośredni wpływ różnego ciśnienia wewnątrz piłki. Wybierzcie procedurę, dane do zbierania, zbierzcie dane i omówcie je po zakończeniu doświadczenia.

Poziom 2:

Zbadajmy różnice wysokości odbicia piłek (jakościowo): Zmierzcie maksymalną wysokość po pierwszym odbiciu, a następnie powtórzcie doświadczenie dziesięć razy, poszukując sposobu wykrycia wysokości, na przykład nagrywając film w dużej prędkości smartfonem. Poszukajcie czynników przypadkowych i innych, które wpływają na wyniki i obliczcie średnią wysokość.

Poziom 3:

Zastanówcie się nad wykorzystaniem modelu matematycznego swobodnego spadku do analizy danych. Rozpocznijcie od poziomu 2, przeanalizujcie dane, aby obliczyć stratę energii, używając równania $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ i porównując energię na początku doświadczenia ($h = 1$ m lub inna wartość) oraz po pierwszym uderzeniu piłki w ziemię. Uczniowie mogą także obliczyć czas odbicia i maksymalną prędkość podczas pierwszego kontaktu z ziemią, a następnie spróbować ją zmierzyć. Na końcu mogą porównać energię potencjalną i kinetyczną (E_{pot} i E_{kin}) i obliczyć współczynnik restytucji (patrz 3.2.1).

E_{pot} : energia potencjalna [J]

m : masa piłki [g]

g : przyspieszenie ziemskie, $g = 9,81 \frac{m}{s^2} = 9,81 \frac{N}{kg}$

h : wysokość osiągnięta przez piłkę [m]

Część 2 można przeprowadzić na różnych nawierzchniach, np. na trawie, podłodze sali gimnastycznej, asfalcie, betonie, mokrej trawie, krótkiej i dłuższej trawie oraz na piasku. Uczniowie na wszystkich poziomach powinni postawić własne hipotezy, omówić je i przeanalizować doświadczenia na różnych poziomach. Idąc jeszcze dalej, można by spróbować przygotować tabelę pokazującą ciśnienie niezbędne do tego, aby piłka w ogóle się odbiła na różnych powierzchniach, na przykład na różnych stadionach.

3 | ZADANIE UCZNIÓW

Ten scenariusz zajęć jest podzielony na dwie części: pomiar masy w zależności od ciśnienia wewnątrz piłki oraz pomiar zależności pomiędzy wysokością odbicia a ciśnieniem wewnątrz piłki.

Istnieją dwa różne sposoby przeprowadzenia pomiaru ciśnienia.

Ciśnienie względne to różnica pomiędzy ciśnieniem wewnątrz piłki a ciśnieniem atmosferycznym (na zewnątrz piłki); do pomiaru ciśnienia względnego służy manometr. Używamy tego ciśnienia w części 1.

Ciśnienie bezwzględne to całkowita wartość ciśnienia. Używamy tego ciśnienia w części 2.

3 | 1 Część 1: Zmierzcie masę gazu w zależności od ciśnienia

Potrzebny sprzęt: pompka, manometr (narzędzie do pomiaru ciśnienia), waga (z dokładnością do 0,1 g i zakresem pomiaru od 0 do 1000 g), dysza do napompowania piłki, szklanka do położenia piłki na wadze i piłka nożna.

Jeśli szkoła nie dysponuje takim sprzętem, doświadczenie można przeprowadzić, używając tanich urządzeń

(najłatwiejszym sposobem jest umieszczenie manometru na pompce. Jeśli nie można tego zrobić, można poszukać taniego manometru do opon samochodowych, dysza ma taki sam rozmiar jak ta używana do piłek.).

3 | 1 | 1 Procedura

Opisujemy wszystkie szczegóły naszej procedury. Niektóre jej fragmenty można pominąć, jeśli okażą się nieodpowiednie dla konkretnej grupy uczniów.



RYS. 1 Piłka w wiadrze

▪ Zmierzcie objętość piłki (z powietrzem i bez powietrza wewnątrz)

Aby zmierzyć objętość piłki, możecie użyć wiadra napełnionego wodą i zmierzyć różny poziom wody: z piłką i bez piłki. Uważajcie, ponieważ piłka nożna jest wykonana ze skóry, która może nasiąknąć wodą, co zwiększyłoby masę piłki. Aby tego



RYS. 2 Pomiar poziomu w celu obliczenia objętości wody

uniknąć, można włożyć piłkę do worka foliowego. Ciśnienie wody wokół piłki spowoduje przygnięcie worka do piłki. Objętość będzie taka sama z workiem foliowym, jak i bez niego.

Jeśli nie chcecie używać worka foliowego wokół piłki, przeprowadźcie pomiar masy piłki przed pomiarem objętości.

Objętość można zmierzyć, patrząc na różny poziom wody wewnątrz wiadra. Jeśli uczniowie nie potrafią obliczyć objętości wody w wiadrze, mogą napełnić je po brzegi, wepchnąć piłkę i zmierzyć objętość wylanej wody.

W tym przypadku objętość pustej piłki to 1,65 l, a objętość pełnej piłki to 5 l. Oznacza to, że wewnątrz znajduje się $5 \text{ l} - 1,65 \text{ l} = 3,35 \text{ l}$ powietrza.

▪ Zmierzcie masę z powietrzem wewnątrz

Postawcie szklankę na wadze, wytarujcie wagę, postawcie piłkę na wadze i zmierzcie jej masę.

W tym doświadczeniu używamy wagi z dokładnością do 0,1 g i zakresem pomiaru od 0 do 1000 g), piłki nożnej oraz pompki z manometrem.



RYS. 3 Piłka na wadze



RYS. 4 Pomiar masy pustej piłki

▪ **Zmierzcie masę powietrza wewnątrz piłki przy różnym ciśnieniu**

(na przykład $m_{piłki} = 408,0 \text{ g}$)

▪ **Napompujcie piłkę, aby mieć takie samo ciśnienie wewnątrz i na zewnątrz piłki**

Ciśnienie względne lub różnica ciśnienia pomiędzy ciśnieniem wewnątrz i na zewnątrz piłki wynosi $P = 0$ barów. Zmierzcie masę piłki $m_{piłki} = 408,0 \text{ g}$ (taka sama masa jak wcześniej!).

3 | 1 | 2 **Analiza: Dlaczego masa jest taka sama z powietrzem wewnątrz piłki, jak i bez powietrza?**

- **Wskazówka:** Powietrze wokół nas to płyn, który wytwarza siłę mającą takie same właściwości jak siła wytworzona, kiedy wkładamy coś do wody.
- **Odpowiedź:** Masa powietrza wewnątrz piłki jest zrównoważona przez siłę wyporu powietrza wokół piłki.
- Zmierzcie masę powietrza tej samej piłki przy różnym ciśnieniu. Na manometrze odczytacie ciśnienie względne.
- Zbierzcie dane w arkuszu kalkulacyjnym. Na przykład możecie zmierzyć masę przy ciśnieniu względnym $P = 0,35 \text{ bara}$; $P = 0,5 \text{ bara}$; $P = 0,6 \text{ bara}$; $P = 0,75 \text{ bara}$; $P = 0,9 \text{ bara}$; $P = 1,05 \text{ bara}$ lub innym.
- Narysujcie krzywą m względem P .
- Znajdźcie najlepiej dopasowaną krzywą (to funkcja liniowa).
- Znajdźcie powiązanie pomiędzy nachyleniem linii prostej a równaniem stanu gazu doskonałego: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Aby pomóc uczniom zrozumieć równanie stanu gazu doskonałego, nauczyciel może dać im kilka podpowiedzi.

▪ **Pierwsza wskazówka:** Krzywa liniowa ma równanie

$$m_{całkowita} = a \cdot P + m_{piłki}$$

lub $m_{całkowita} = m_{gazu} + m_{piłki}$

Oznacza to, że: $m_{gazu} = a \cdot P$.

▪ **Druga wskazówka:** $n_{gazu} = \frac{m_{gazu}}{M_{gazu}}$.

m : masa [g]

P : ciśnienie względne [Pa]

a : współczynnik nachylenia krzywej [$\frac{\text{g}}{\text{bar}}$]

V : objętość [m^3]

n : ilość substancji [mol]

M : masa molowa [$\frac{\text{g}}{\text{mol}}$]

R : stała gazu doskonałego, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

T : temperatura [K]

- **Trzecia wskazówka:** Gaz (tutaj powietrze) składa się mniej więcej w 20% tlenu i w 80% azotu.

$$M_{O_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad \text{i} \quad M_{N_2} = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

3 | 2 **Część 2: Pomiar wysokości odbicia w zależności od ciśnienia**

3 | 2 | 1 **Teoria**

Czy kiedykolwiek zastanawialiście się, jak ważne jest ciśnienie wewnątrz piłki? Pokażemy, że współczynnik restytucji e (sprężystość) zależy od tego ciśnienia.

Co to jest współczynnik restytucji? Kiedy piłka spada, łąduje z pewną prędkością względem ziemi, co nazywa się prędkością przed zderzeniem. Po zderzeniu sprężystym z ziemią prędkość po zderzeniu będzie miała inną wartość niż przed zderzeniem, ponieważ część pierwotnej energii kinetycznej zostanie utracona:

$$e = \frac{v_{po \text{ zderzeniu}}}{v_{przed \text{ zderzeniem}}}$$

Współczynnik ten można bardzo łatwo obliczyć, jeśli zmierzy się pierwotną wysokość h_1 , z której spada piłka, a następnie maksymalną wysokość h_2 , na jaką piłka wzniesie się po odbiciu od ziemi.

Stosujemy tutaj zasadę zachowania energii:

$$mgh_1 = \frac{mv^2_{przed \text{ zderzeniem}}}{2} \quad mgh_2 = \frac{mv^2_{po \text{ zderzeniu}}}{2}$$

Więc: $e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$.

e : współczynnik restytucji

v : prędkość [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]

m : masa [g]

g : przyspieszenie ziemskie, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

h : wysokość [m]

3 | 2 | 2 **Doświadczenie**

Upuszczamy piłkę z wysokości (h_1), a następnie odnotowujemy wysokość (h_2), na jaką piłka się wzniesie po odbiciu na ziemi. Możemy zmierzyć obie te wysokości na filmach.



RYS. 5 Trzymanie piłki na wysokości h_1 (po lewej); upuszczanie piłki (po prawej)

Doświadczenie to można wykonać z różnymi rodzajami piłek i na różnych nawierzchniach^[1].

4 | **WNIOSEK**

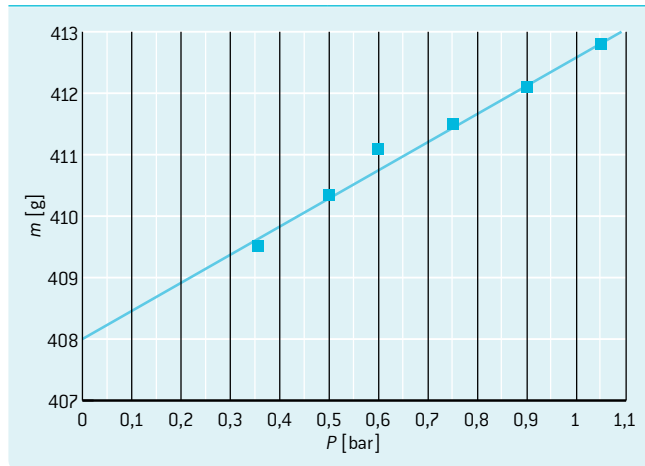
4 | 1 **Część 1: Pomiar masy w zależności od ciśnienia**

4 | 1 | 1 **Przykład pomiaru masy względem ciśnienia w piłce**

Masa piłki to $m_{piłki} = 408,0$ g przy $P = 0$ barów.
Objętość powietrza w piłce wynosi $V = 3,35$ l.

RYS. 6 m [g] w zależności od P [bar] (ciśnienie względne)

P [bar]	m [g]
0,75	411,5
0,35	409,5
1,05	412,8
0,9	412,1
0,6	411,1
0,5	410,3



4 | 1 | 2 **Przykład obliczenia zgodnie z równaniem stanu gazu doskonałego:**

Tutaj równanie krzywej to $m = 4,5711 \frac{\text{g}}{\text{bar}} \cdot P + 408,0$ g.

Widzimy, że wartość 408 to masa pustej piłki w gramach.

lub $m_{całkowita} = a \cdot P + m_{piłki}$

m : masa całkowita [g]

P : ciśnienie [bar]

a : współczynnik nachylenia krzywej [$\frac{\text{g}}{\text{bar}}$]

W tym przypadku $a = 4,5711 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$.

Wartość a można obliczyć z równania stanu gazu doskonałego:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

P : ciśnienie [Pa], 1 bar = 10^5 Pa

V : objętość [m^3]

n : ilość gazu [mol]

R : stała gazu doskonałego, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

T : temperatura [K]

M : masa molowa [$\frac{\text{g}}{\text{mol}}$]

To oznacza, że $n_{\text{gazu}} = \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$ i $m_{\text{gazu}} = M_{\text{gazu}} \cdot \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$

$$\text{lub } m_{\text{gazu}} = \frac{M_{\text{gazu}} \cdot V}{R \cdot T} \cdot P$$

a w rozdziale 3.2.1 widzieliśmy już, że $m_{\text{gazu}} = a \cdot P$,

$$\text{więc } a = \frac{M_{\text{gazu}} \cdot V}{R \cdot T}$$

Powietrze składa się w przybliżeniu z 20% tlenu i 80% azotu, tak więc tutaj

$$M_{\text{gazu}} = \frac{20 \cdot M_{O_2} + 80 \cdot M_{N_2}}{100}$$

$$M_{\text{gazu}} = \frac{20 \cdot 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 80 \cdot 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{100}$$

$$M_{\text{gazu}} = 28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Dla tej piłki

$$V = 3,35 \text{ l} = 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$$

$$a = \frac{M_{\text{gazu}} \cdot V}{R \cdot T}$$

$$a = \frac{28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot 293 \text{ K}} = 3,96 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{Pa}}$$

Tyle wyniesie ta wartość, jeśli P mierzone jest w Pa. Dla P mierzonego w barach wartość ta musi być pomnożona przez 10^5 (ponieważ 1 bar = 10^5 Pa).

$$a = 3,96 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$$

Najlepsze dopasowanie krzywej otrzymujemy dla $a = 4,57 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$.

Jeśli porównamy te dwa wyniki, to względna różnica między nimi wynosi:

$$d = \frac{4,57 - 3,96}{4,57} = 0,13.$$

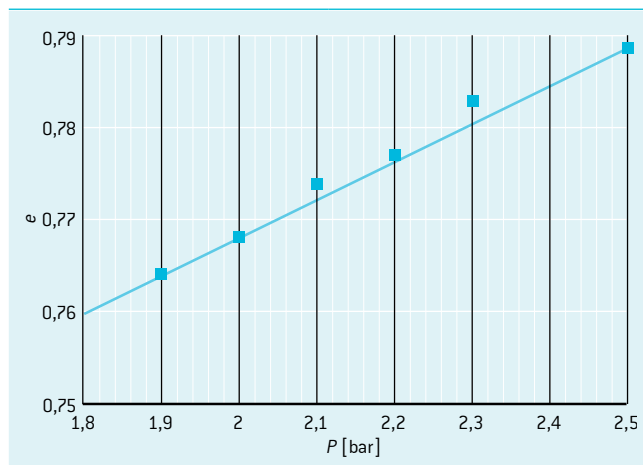
Możemy omówić błędy powiązane z pomiarem: Tutaj dokładność manometru wynosi 0,05 bara na każdy 1 bar. W pustej piłce w momencie pomiaru jej objętość może nadal być powietrze.

4 | 2 Część 2: Pomiar odbicia w zależności od ciśnienia

W naszym doświadczeniu zmieniliśmy wewnętrzne ciśnienie w dwóch różnych piłkach i otrzymaliśmy następujące wyniki:

RYS. 7 Współczynnik restytucji e w zależności od ciśnienia bezwzględnego P (Piłka 1)

P [bar]	e
1,9	0,764
2,0	0,768
2,1	0,774
2,2	0,777
2,3	0,783
2,5	0,789



Tutaj P to ciśnienie bezwzględne w barach.

W przypadku pierwszej piłki zależność jest liniowa, ponieważ różnica w ciśnieniu nie jest zbyt duża.

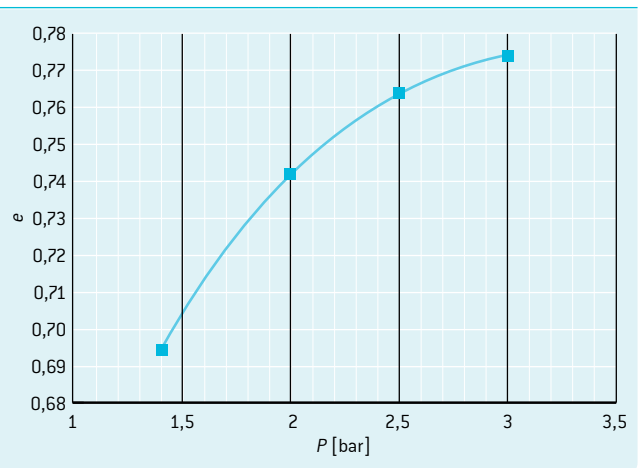
W przypadku drugiej piłki otrzymaliśmy krzywą. Kiedy ciśnienie jest zbyt duże, piłka traci sprężystość i współczynnik restytucji wydaje się być maksymalny.

Podczas tych dwóch eksperymentów piłka została upuszczona na podłogę i można zauważyć, że współczynnik restytucji wynosi 0,77 przy ciśnieniu 3 barów.

Następnie zmieniliśmy powierzchnię, ale ciśnienie wewnątrz piłki pozostało na poziomie 3 barów. Na trawie współczynnik restytucji był niższy: $e = 0,57$. Na sztucznej trawie współczynnik uzyskał wartość 0,74^[1].

RYS. 8 Współczynnik restytucji e w zależności od ciśnienia bezwzględnego P (Piłka 2)

P [bar]	e
1,4	0,695
2,0	0,742
2,5	0,764
3,0	0,774



5 | WNIOSK

Piłki do gry w piłkę nożną to bardzo dobre przedmioty do nauki reguł rządzących gazami, właściwości ciśnienia i wydajności odbić. Uczniowie mogą poznać prawa fizyki, używając piłki, która jest sprzętem sportowym. Mogą dostrzec powiązanie pomiędzy prawami fizyki, w tym wypadku równaniem stanu gazu doskonałego, a codziennym życiem.

Co ciekawe, zagadnienia omawiane w ramach tego scenariusza można uwzględnić na zajęciach prowadzonych z uczniami w różnym wieku – od 6 do 18 lat. Omawiane ćwiczenia można łatwo dostosować do dowolnego programu nauczania.

6 | MOŻLIWOŚCI WSPÓŁPRACY

Wyniki różnych doświadczeń z piłką nożną można udostępnić innym szkołom.

Aby to zrobić, należy pobrać plik i wykonać zawarte w nim polecenia^[1].

Jesteśmy przekonani, że uczniowie mogą podzielić się z innymi swoimi pomysłami na temat występujących różnic w ich pomiarach lub urządzeniach pomiarowych. Mogą sobie wyobrazić doświadczenia przeprowadzone z użyciem innej piłki: na przykład filmując odkształcenie piłki podczas zderzenia z ziemią lub wpływ ciśnienia na ten proces.

ŹRÓDŁA

^[1] www.science-on-stage.de/iStage3_materials



IMPRINT

TAKEN FROM

iStage 3 - Football in Science Teaching
available in Czech, English, French, German,
Hungarian, Polish, Spanish, Swedish
www.science-on-stage.eu/istage3

PUBLISHED BY

Science on Stage Deutschland e.V.
Poststraße 4/5
10178 Berlin · Germany

REVISION AND TRANSLATION

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH
www.transformcologne.de

CREDITS

The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

DESIGN

WEBERSUPIRAN.berlin

ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH
www.tricom-agentur.de

PLEASE ORDER FROM

www.science-on-stage.de
info@science-on-stage.de

Creative-Commons-License: Attribution Non-Commercial
Share Alike



First edition published in 2016

© Science on Stage Deutschland e.V.



SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

- ... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
- ... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
- ... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on

WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU

 www.facebook.com/scienceonstageeurope

 www.twitter.com/ScienceOnStage

Subscribe for our newsletter:

 www.science-on-stage.eu/newsletter



MAIN SUPPORTER OF
SCIENCE ON STAGE GERMANY

think
ING.
Die Initiative für
Ingenieur Nachwuchs

Proudly supported by

