DIONYSIS KONSTANTINOU · ANDREAS MEIER · ZBIGNIEW TRZMIEL

MARADJON A LEVEGŐBEN

mozgás, forgás, gördülés, a transzlációs mozgás kinetikus energiája, forgási kinetikus energia, súrlódás

fizika, IKT

A tanegységben kétféle tevékenység található. Az egyik 14–15 éveseknek szól, és mindkettő alkalmas a 16–18 éves korosztálynak.

1 | ÖSSZEFOGLALÓ

A tanulók a mozgás, a mozgási (kinetikus) energia és a lendület szempontjából vizsgálják a labda pattanását. Emellett megtanulják, hogy a valós testek mozgási energiája a transzlációs mozgás és a forgás kinetikus energiájából áll.

2 | ELMÉLETI BEVEZETŐ

2 | 1 Kivonat

A kapusok szerint sokkal nehezebb védeni, ha a labda megpattan a talajon. Ebben a tanegységben bemutatjuk a tanulóknak, hogyan vizsgálhatók azok a tényezők, amelyek a pattanáskor megváltoztatják a labda energiáját és mozgását. A tanulók a szilárd testek transzlációs és forgó mozgásával kapcsolatos fizikai törvényeket fognak alkalmazni, különösen a gördülő mozgás tekintetében. A tanegység alapját két kísérlet alkotja. A tanulók videofelvételt készítenek a labda mozgásáról, és ezt elemzik videoelemző szoftverrel. A kísérleteket úgy választottuk meg, hogy a tanulóknak lehetősége legyen a megfelelő jelenségek tanulmányozására. Így következtetéseket vonhatnak le a jelenségekkel kapcsolatban, és képesek lesznek magyarázattal szolgálni a labda pattanásakor tapasztalható változásokra az erők, a mozgás, a lendület és az energia fogalmainak felhasználásával.

2 | 2 Szükséges ismeretek

A tanulóknak ismerniük kell a mozgás fizikáját, az erő szerepét a mozgásban, valamint a pontszerű tömegek potenciális és mozgási energiáját. Emellett képesnek kell lenniük olyan vektorok használatára, mint a sebesség és a lendület.

2 | 3 Elméleti háttér

2 | 3 | 1 Kinetika

A gördülő mozgás a transzlációs és forgó mozgás kombinációja. Ennél a mozgástípusnál:

1. A tömegközéppont (*cm*) transzlációs mozgással halad. Sebessége a talajhoz képest $\vec{v}_{cm}$.
2. A test többi része a tömegközéppont körül forog és kétféle mozgástípussal jellemezhető: transzlációs $\vec{v}_{cm}$ és forgó mozgással.

Vegyük a test *i* pontját. A második mozgástípusnál az abszolút sebesség a tömegközépponthoz (*cm*) képest $v^i_{rel,cm} = r_i\,\omega$.

Ebben a leírásban a forgástengely a tömegközépponton halad át. Az *i* pont sebessége a tömegközépponthoz (*cm*) képest érintőirányú az *i* útjához viszonyítva. A két sebesség a jobbkezes szabállyal kapcsolható össze.

r_i: az adott *i* pont távolsága a forgástengelytől [m]
ω: a test szögsebessége $[\frac{1}{s}]$
v: sebesség $[\frac{m}{s}]$

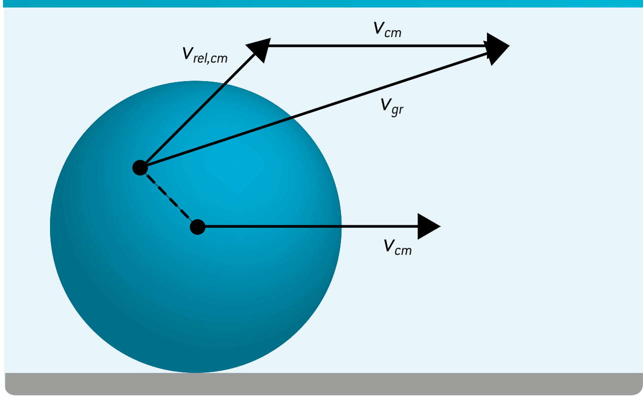
A kerület pontjaihoz képest a $\vec{v}_{rel,cm}$ értéke $R\omega$ lesz.

R: a test sugara [m]

Ezért a test *i* pontjának sebessége a talajhoz képest a két sebességvektor összege **(1. ÁBRA)**.

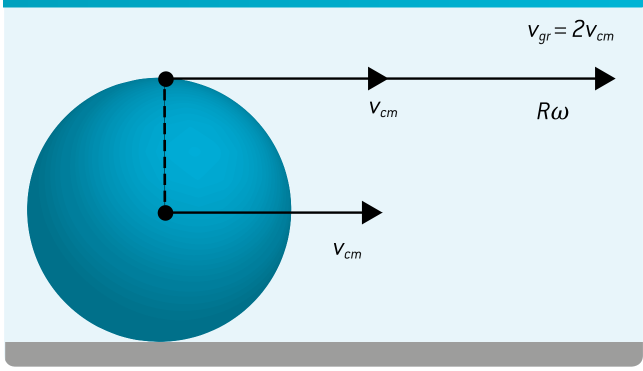
$$\vec{v}^{\,i}_{gr} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}^{\,i}_{rel,cm}$$

1. ÁBRA



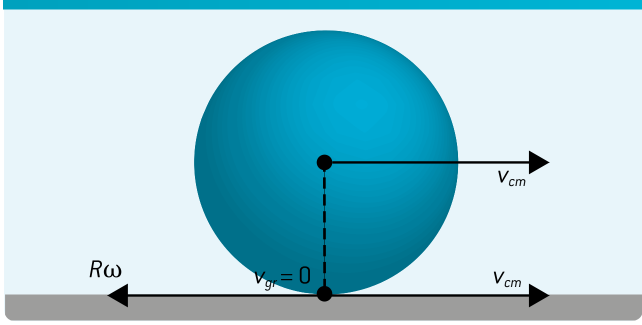
A test legfelső pontjának $\vec{v}_{gr}$ értéke $\overrightarrow{2v_{cm}}$ lesz.

2. ÁBRA



A talajjal érintkező pont $\vec{v}_{gr}$ sebessége nulla, azaz pillanatnyilag nyugalmi helyzetben van **(3. ÁBRA)**.

3. ÁBRA



Végül: a $v_{cm} = R\omega$ feltétel azt jelenti, hogy a test csúszás nélkül gördül.

2 | 3 | 2 Mozgási energia

A mozgó gömbszerű test energiája általában a transzlációs és a forgó mozgás kinetikus energiáiból tevődik össze: $E_{kin,tr}$ és $E_{kin,rot}$.

$E_{kin,tr} = \frac{1}{2} mv^2$ és $E_{kin,rot} = \frac{1}{2} \Theta\omega^2$

m: tömeg [kg]
I: tehetetlenségi nyomaték [kg · m²]
v: abszolút sebesség $[\frac{m}{s}]$
ω: a gömbszerű test szögsebessége $[\frac{1}{s}]$

Vegyünk példaként egy ilyen testet, amint a talajhoz ütközik, és koncentráljunk arra a rövid – az ütközést megelőző és követő pillanatok közötti – időszakra, amikor megvizsgálhatjuk a test és a talaj között ható erőt.

Ütközés előtt:

$E_{kin,tr(1)} = \frac{1}{2} mv_1^2$ és $E_{kin,rot(1)} = \frac{1}{2} \Theta\omega_1^2$.

Az ütközést követően a két mennyiség továbbra is létezik, de más értéket vesz fel:
$E_{kin,tr(2)} = \frac{1}{2} mv_2^2$ és $E_{kin,rot(2)} = \frac{1}{2} \Theta\omega_2^2$.

Az 1 és 2 indexek az ütközés előtti, illetve az ütközés utáni értékeket jelölik.

A talaj és a test között ható erő függőleges és vízszintes összetevőkből áll. Ha feltételezzük, hogy a test nem csúszik a talajon, akkor a vízszintes összetevő a statikus súrlódás. A labdán végzett munkája nulla, míg a nyomatéka szöggyorsulást okoz. Ez azt jelenti, hogy a szögsebesség nagysága – és néha az iránya is – változik. Ugyanakkor az energia nem alakul át hővé, ezért csak a transzlációs mozgás és a forgás kinetikus energiája közötti átalakulás tapasztalható. A függőleges összetevő és a labda súlya a labda függőleges gyorsulását okozzák. Ha a labda nem csúszik a talajon, alkalmazhatjuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét:
$E_{pot(1)} + E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{pot(2)} + E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}$.

Az E_{pot} potenciális energia, az 1 és 2 indexek pedig a labda pattanása előtti, illetve utáni állapotokat jelölik.

Mivel a labda talajról való felpattanását vizsgáljuk:
$E_{pot(1)} = E_{pot(2)}$

és $E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}$.

A sok tényező – többek között a talaj felülete és a labda ütközés előtti szögsebessége – miatt nehéz megbecsülni a súrlódás hatását. Ezért nem könnyű megjósolni a labda ütközést követő mozgására vonatkozó adatokat, különösen a sebességvektort.

2 | 4 Kísérletek és eljárások

1. A tanulók érdeklődésének felkeltéséhez kérjük meg őket, hogy ejtsenek le egy labdát, és a leejtés pillanatában pörgessék meg [1]. Reményeink szerint meglátják az összefüggést a labda elpattanásakor tapasztalható gyorsulás és a kezdeti forgó mozgás között.

2. Első kísérlet (első tevékenységcsoport)
A tanulók két párhuzamos rúdból álló rámpát készítenek.

4. ÁBRA Az első kísérlet elrendezése.

A rudak közötti távolság legyen valamivel kisebb a labda átmérőjénél.

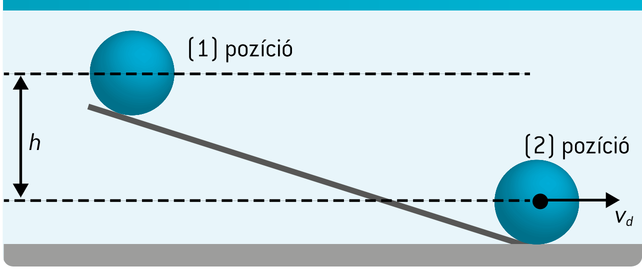
A tanulókat kérjük meg arra, hogy engedjenek el egy labdát a rámpa tetején, vegyék videóra a mozgását, és elemezzék azt egy videoelemző eszközzel, például a Tracker szoftverrel [2]. A szoftver részletes bemutatása az *iStage 1 – IKT oktatási anyagok a természettudományokban* [3] című kiadványban található. Még jobb, ha nagy képkockasebességű kamerát használunk (120 képkocka/mp vagy több).

A tömör labda (m, R) $I = \frac{2}{5}mR^2$ csúszás nélkül gurul az (1) pozícióból a talajig, azaz a (2) pozícióig, majd tovább gördül a talajon **(5. ÁBRA)**.

Megjegyzés: A mérkőzéseken használt labda tehetetlenségi nyomatéka közelebb van az $\frac{2}{3}mR^2$ értékhez.

A kísérletben tömör labdát használunk.

5. ÁBRA



Ahogy a labda gurul lefelé a lejtőn, v sebessége és ω szögsebessége a $v = R\omega$ képlet szerint változik.

Az energiamegmaradás törvénye a következő:
$mgh = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2 = \cdots = \frac{7}{10}mv_d^2$.

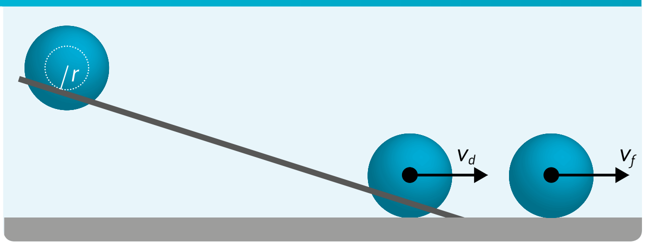
$\vec{v}_d$ a labda sebessége a lejtő alján. A transzlációs mozgás kinetikus energiája $\frac{5}{10}mv_d^2$, ezért a forgási kinetikus energia $\frac{2}{10}mv_d^2$.

Így $\frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}} = \frac{2}{5}$.

A javasolt kísérletben a labda mozgása a rámpán a $v = r\omega$ képlet szerint alakul, ahol r a forgástengely távolsága azoktól a pontoktól, ahol a labda érinti a rámpát.

A kísérlet úgy van elrendezve **(6. ÁBRA)**, hogy $r < R$. Ezért az $\frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}}$

6. ÁBRA



arány nagyobb, mint $\frac{2}{5}$. Amikor a labda eléri a talajt, ez $\frac{2}{5}$ lesz, így a gördülő mozgás új konfigurációt vesz fel, amelyben a forgástengely távolsága a labda és a talaj érintkezési pontjától R lesz.

Ezzel – nagyon gyors átmenetet követően – a labda sebessége felveszi a végleges értékét: a $\vec{v}_f$ sebesség nagyobb lesz mint a $\vec{v}_d$ sebesség, amellyel a labda elérte a talajt.

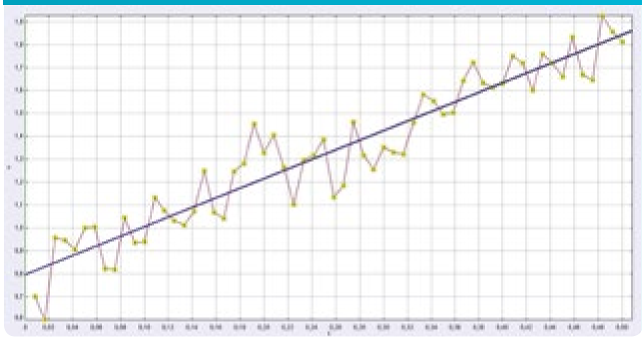
A tanulók szabad szemmel is jól láthatják, hogy a labda gyorsabban halad a talajon. Ezután elemezhetik a mozgást és meghatározhatják a $\vec{v}_d$ és $\vec{v}_f$ sebességek értékét.

Ehhez figyelembe kell venniük a forgási kinetikus energiát. Másképp az energiamegmaradás szempontjából nem adható magyarázat a jelenségre. Ha tisztában vagyunk a szilárd testek transzlációs és forgási kinetikus energiájának fogalmával, könynyen megérthetjük, hogy a forgási kinetikus energia a transzlációs mozgás kinetikus energiájává alakul át a labda és a talaj közötti súrlódás hatására.

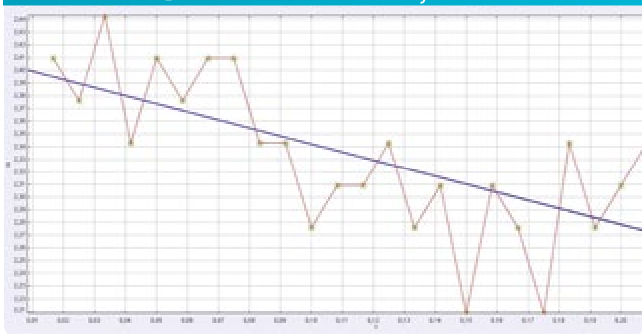
2 | 5 Szükséges eszközök

Két 1 méteres rúd, valamint a megfelelő állványok és összekötők; egy kis labda, lehetőleg tömör gumiból. Ezek az eszközök a legtöbb iskolai laborban megtalálhatók.

7. ÁBRA A mozgás első szakasza: v_d = 1,85 m/s



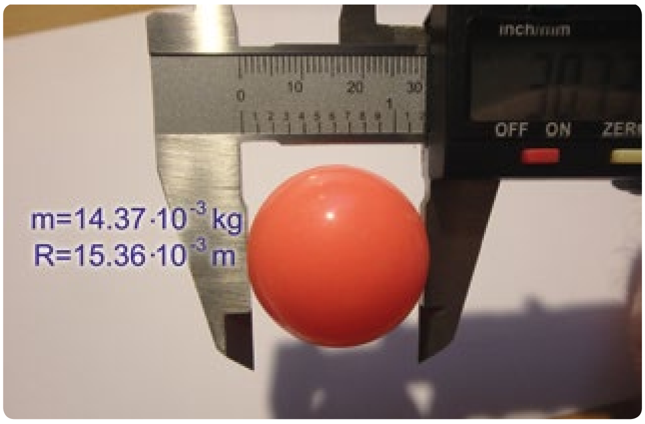
8. ÁBRA A mozgás második szakasza: v_f = 2,4 m/s



3 | A TANULÓK TEVÉKENYSÉGE

3 | 1 Első kísérlet: első tevékenységcsoport

1. Hozzuk létre a kísérleti elrendezést.
2. Készítsünk videofelvételt a kísérletről [1].
3. Folytassuk a munkát egy videoelemző eszközzel, például a Tracker szoftverrel [2].
4. Határozzuk meg a sebességet közvetlenül a vízszintes síkkal való ütközés előtt és után (lásd: **6.** és **7. ÁBRA**).
5. Mérjük meg a labda sugarát, és határozzuk meg, milyen szögsebességgel kezd gurulni a talajon **(9. ÁBRA)**.
6. Mérjük meg a labda tömegét és határozzuk meg a transzlációs mozgás kinetikus energiáját közvetlenül a vízszintes síkkal való ütközés előtt ($E_{kin,tr(1)}$) és után ($E_{kin,tr(2)}$) **(9. ÁBRA)**.
7. Adjunk magyarázatot a mozgási energia változására.



9. ÁBRA ω = 156 s^{-1}, $E_{kin,tr(1)}$ = 2,46 · 10^{-2} J, $E_{kin,tr(2)}$ = 4,14 · 10^{-2} J

10. ÁBRA A második kísérlet elrendezése

3 | 2 Második kísérlet

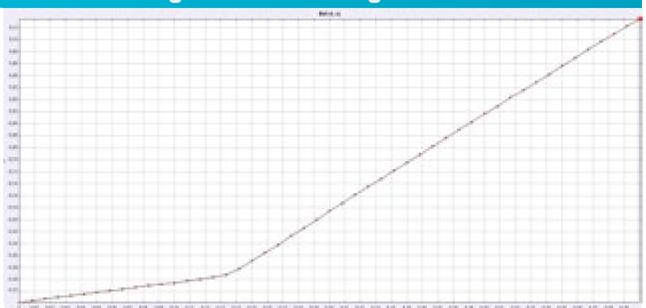
A tanulóknak az elsőhöz hasonló kísérleti elrendezést kell létrehozniuk. Ezúttal azonban a rámpa vége legyen kb. 0,6 méterrel a vízszintes sík fölött.

Engedjük a labdát legurulni a lejtőn, majd leesni a talajra. Készítsünk videofelvételt a kísérletről, és elemezzük a mozgást egy videoelemző eszközzel, például a Tracker szoftverrel [2]. Ebben az esetben a mozgás érdekes szakasza akkor kezdődik, amikor a labda elhagyja a rámpát és jelentős pörgésbe kezd. A kísérlet során a tanulók mélyebben megismerkedhetnek a mozgás és az energia törvényeivel.

Második tevékenységcsoport

1. Hozzuk létre a kísérleti elrendezést.
2. Engedjünk legurulni egy labdát a rámpa tetejéről, és vegyük videóra a mozgást [1].
3. Ábrázoljuk grafikonon az *x* értékét a *t* függvényében, majd határozzuk meg a labda sebességének vízszintes v_x összetevőjét, ahogy csökken és emelkedik. Magyarázzuk meg a v_x változását.

11. ÁBRA Példagrafikon a sebességváltozáshoz



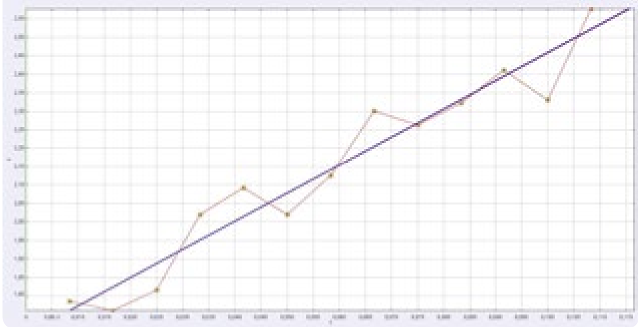
4. Mérjük meg a labda tömegét, és számítsuk ki, hogy a labda $E_{kin,rot}$ energiájából mennyi alakul át $E_{kin,tr}$ energiává. A labda sebességét is meg kell határozni közvetlenül a pattanás előtt és után.

   $v_{esés,végl} = 2{,}55\,\frac{m}{s}$ $\quad E_{kin,tr(1)} = 4{,}67 \cdot 10^{-2}\,J$ **(12. ÁBRA)** és

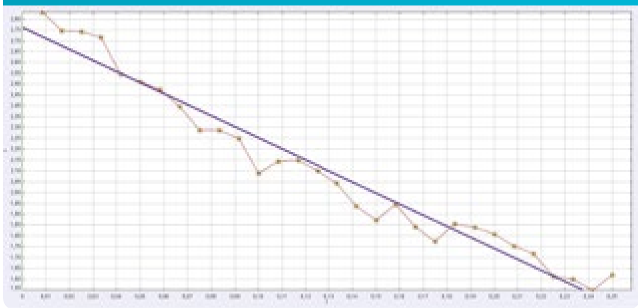
   $v_{emelk,kezd} = 2{,}76\,\frac{m}{s}$ $\quad E_{kin,tr(2)} = 5{,}47 \cdot 10^{-2}\,J$ **(13. ÁBRA)**

   $\Delta E_{kin,tr} = 0{,}8 \cdot 10^{-2}\,J = -\Delta E_{kin,rot}$

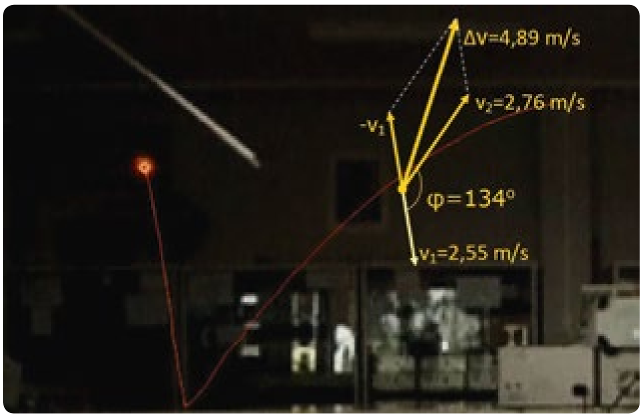
12. ÁBRA



13. ÁBRA



5. Határozzuk meg a $\overrightarrow{\Delta p}\,[kg \cdot \frac{m}{s}]$ változást a labda lendületében a talajjal való érintkezés közben.
   $\overrightarrow{\Delta p} = m\overrightarrow{\Delta v}$



14. ÁBRA

A $\vec{v}_1$ és $\vec{v}_2$ a közvetlenül a pattanás előtt és után mért sebességek. A kérdéses kísérletben ezek abszolút értékei $2{,}55\,\frac{m}{s}$ és $2{,}76\,\frac{m}{s}$, köztük $\varphi = 134°$-os szöggel.

$\overrightarrow{\Delta v}$ a sebességváltozás. Abszolút értéke $4{,}89\,\frac{m}{s}$. A $\vec{v}_2$ és $\overrightarrow{\Delta v}$ közötti szög 24°.

A lendületváltozás kiszámításának képlete:
$\overrightarrow{\Delta p} = m\,\overrightarrow{\Delta v}$.

Iránya ugyanaz, mint a $\overrightarrow{\Delta v}$ iránya, abszolút értéke pedig $7 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot \frac{m}{s}$.

6. A mozgás második részét tekintsük úgy, mintha a labdát a talaj szintjéről dobták volna. Határozzuk meg a dobást jel-

lemző kiinduló értékeket, és számítsuk ki a dobás maximális magasságát és tartományát. Hasonlítsuk össze a meghatározott értékeket a Tracker szoftverből származó értékekkel. Adjunk magyarázatot az adatelemzés és az elméleti értékek közötti eltérésre.

4 | KÖVETKEZTETÉS

A tanulóknak meg kell figyelniük a labda mozgásában és energiájában bekövetkező változásokat, és összefüggésbe kell hozniuk ezeket a labda és a talaj között ható erővel, különösen annak vízszintes összetevőjével és nyomatékával. Emellett kikövetkeztethetik, hogy a szilárd testek mozgási energiája két mennyiségből (a transzlációs mozgás és a forgás kinetikus energiájából) áll. Végül arra is lehetőségük van, hogy megcáfoljanak bizonyos, a mechanika tanításában alkalmazott pontszerű tömegmodell miatt létező prekoncepciókat.

5 | EGYÜTTMŰKÖDÉSI LEHETŐSÉGEK

A különböző iskolák tanulói – akár különböző országokból is – kommunikálhatnak egymással és videofelvételeket cserélhetnek egymás között, különösen az első tevékenységgel kapcsolatban. Azt feltételezzük, hogy ugyanazokra a következtetésekre jutnak, amelyeket távkonferencián beszélhetnek meg egymással.

Végül közösen saját tevékenységeket is szervezhetnek, például:

1. A szabadban felállítunk egy videokamerát. Vegyük videóra, ahogy a labda a talajra esik, majd vizsgáljuk meg a labda mozgásának adatait a talajjal való ütközés pillanatában.
2. Elemezzük a mozgást.
3. Vonjunk le következtetéseket a súrlódás jellemzőiről a labda talajjal való ütközése során.
4. Határozzuk meg a labda sebességét közvetlenül a talajjal való ütközés előtt és után, mérjük meg a labda tömegét, és számítsuk ki a transzlációs mozgás kinetikus energiáját.
5. Kérjünk meg egy ügyes játékost az osztályból, hogy rúgja el a labdát különféle technikákkal. Ezt rögzítsük videóra és írjuk le a labda földet érését a különböző esetekben.
6. Találjuk meg a választ arra a fontos kérdésre, hogy miért nehezebb a kapusok dolga, ha a labda pattog előttük a földön.
7. Miután a többi tevékenységet elvégeztük, játsszunk egy tudománynak szentelt futballmérkőzést. Egy ilyen mérkőzésen természetesen mindenki csak nyerhet, a végeredménytől függetlenül!

ANYAGOK

[1] www.science-on-stage.de/iStage3_materials
[2] www.physlets.org/tracker
[3] www.science-on-stage.de/iStage1-download

IMPRINT

TAKEN FROM
iStage 3 - Football in Science Teaching
available in Czech, English, French, German,
Hungarian, Polish, Spanish, Swedish
www.science-on-stage.eu/istage3

PUBLISHED BY
Science on Stage Deutschland e.V.
Poststraße 4/5
10178 Berlin · Germany

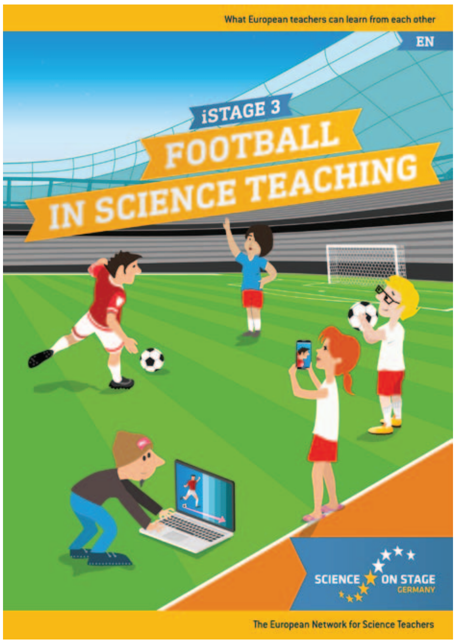
REVISION AND TRANSLATION
TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH
www.transformcologne.de

CREDITS
The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

DESIGN
WEBERSUPIRAN.berlin

ILLUSTRATION
Tricom Kommunikation und Verlag GmbH
www.tricom-agentur.de

PLEASE ORDER FROM
www.science-on-stage.de
info@science-on-stage.de



SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on
WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU
www.facebook.com/scienceonstageeurope
www.twitter.com/ScienceOnStage

Subscribe for our newsletter:
www.science-on-stage.eu/newsletter

SCIENCE ON STAGE GERMANY

MAIN SUPPORTER OF SCIENCE ON STAGE GERMANY
think ING.
Die Initiative für Ingenieurnachwuchs

Proudly supported by
SAP