






DIONYSIS KONSTANTINOU · ANDREAS MEIER · ZBIGNIEW TRZMIEL

HLAVNĚ ABY SE NEDOTKL ZEMĚ



 pohyb, rotace, valivý pohyb, translační kinetická energie, rotační kinetická energie, tření

 fyzika, informatika

 Jsou k dispozici dvě sady aktivit. První se hodí pro studenty ve věku 14–15 let a obě jsou vhodné pro studenty ve věku 16–18 let.

1 | SOUHRN

Studenti zkoumají odskok míče z hlediska pohybu, kinetické energie a hybnosti. Vedle toho zjistí, že kinetická energie reálného tělesa se skládá z translační a rotační kinetické energie.

2 | PRVOTNÍ KONCEPCE

2 | 1 Souhrn

Brankáři říkají, že jejich práci ztěžuje, když se před nimi míč odrazí od země. V této výukové jednotce studentům ukážeme, jak zkoumat faktory, které zapříčiňují změny energie a pohybu míče při odskoku. V této souvislosti se studenti setkají s fyzikálními zákony pro translační a rotační pohyb pevného tělesa, zejména s ohledem na valivý pohyb. Základem jednotky jsou dva pokusy. Studenti zaznamenají pohyb míče a analyzují jej pomocí nástroje pro video analýzu. Pokusy byly zvoleny tak, aby daly studentům příležitost zkoumat příslušný jev. Dojdou tak ke konkrétnímu závěru a budou schopni vysvětlit odskok míče z hlediska síly, pohybu, hybnosti a energie.

2 | 2 Požadované znalosti

Studenti by měli znát fyziku pohybu, úlohu síly při pohybu a potenciální a kinetickou energii vzhledem ke hmotnému bodu. Dále by měli být schopni pracovat s vektorovými veličinami, například rychlostí a lineární hybností.

2 | 3 Teoretická východiska

2 | 3 | 1 Kinematika

Valivý pohyb je kombinace translačního a rotačního pohybu. Při tomto typu pohybu:

1. Těžiště tělesa (cm) se pohybuje translačním pohybem. Jeho rychlost vzhledem k zemi je \vec{v}_{cm} .
2. Pohyb zbytku tělesa se skládá ze stejného translačního pohybu o rychlosti \vec{v}_{cm} a rotačního pohybu kolem těžiště.

Uvažujme bod i v tělese. Při rotačním pohybu bodu i kolem těžiště tělesa je velikost jeho rychlosti $v_{rel,cm}^i = r_i \omega$.

Směr rychlosti bodu i vzhledem k těžišti je ve směru tečny ke kružnici, kterou bod i opisuje kolem těžiště.

r_i : vzdálenost konkrétního bodu i od osy rotace [m]

ω : úhlová rychlost tělesa [$\frac{1}{s}$]

v : rychlost [$\frac{m}{s}$]

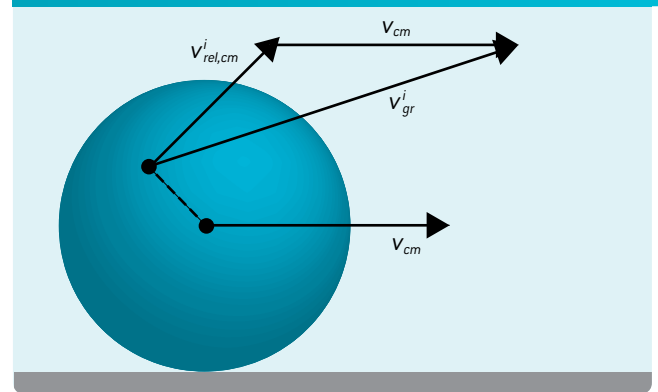
Pro body na obvodu je velikost jejich rychlosti $\vec{v}_{rel,cm}^i$ rovna $R\omega$.

R : poloměr tělesa [m]

Rychlost bodu i tělesa vzhledem k zemi je tedy vektorovým součtem dvou rychlostí (**OBR. 1**).

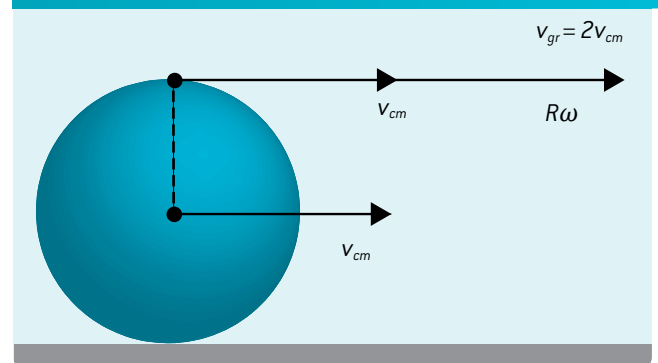
$$\vec{v}_{gr}^i = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{rel,cm}^i$$

OBR. 1



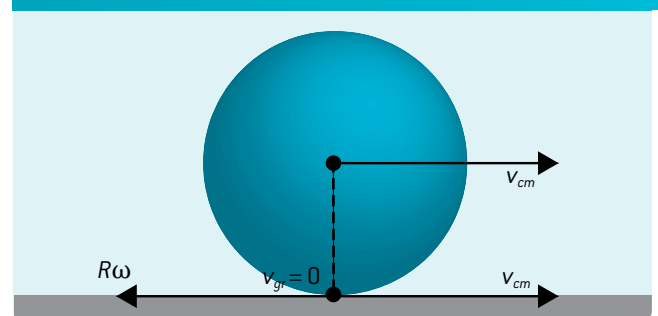
V nejvyšším bodě tělesa je \vec{v}_{gr} rovna $2\vec{v}_{cm}$.

OBR. 2



Velikost rychlosti \vec{v}_{gr} bodu i v kontaktu se zemí je nulová, tj. je v daném okamžiku v klidu (**OBR. 3**).

OBR. 3



Podmínka $v_{cm} = R\omega$ znamená, že těleso se valí bez prokluzu.

2 | 3 | 2 Kinetická energie

Pohybující se kulovité tělo má obecně translační a rotační kinetickou energii: $E_{kin,tr}$ a $E_{kin,rot}$.

$$E_{kin,tr} = \frac{1}{2}mv^2 \text{ and } E_{kin,rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

m : hmotnost [kg]

I : moment setrvačnosti [kg · m²]

v : absolutní rychlost [$\frac{m}{s}$]

ω : úhlová rychlost kulovitého tělesa [$\frac{1}{s}$]

Uvažujme takové těleso při dopadu na zem a zaměřme se na krátký časový prostor těsně před nárazem a těsně po něm, kdy můžeme zkoumat sílu působící mezi tělesem a zemí.

Před nárazem:

$$E_{kin,tr(1)} = \frac{1}{2}mv_1^2 \text{ a } E_{kin,rot(1)} = \frac{1}{2}I\omega_1^2.$$

Po nárazu tyto dvě veličiny přetrvávají, ale s odlišnými hodnotami:

$$E_{kin,tr(2)} = \frac{1}{2}mv_2^2 \text{ a } E_{kin,rot(2)} = \frac{1}{2}I\omega_2^2.$$

Indexy 1 a 2 odpovídají hodnotám před nárazem na zem a po něm.

Síla působící mezi zemí a tělesem se skládá ze svislých a vodorovných složek. Pokud předpokládáme, že míč na zemi neproklouzne, odpovídá vodorovná složka statickému tření. Její působení na míč je nulové, zatímco její točivý moment způsobuje úhlové zrychlení. To znamená, že úhlová rychlost se mění co do velikosti a někdy i směru. Přesto se žádná energie nepřemění na teplo a dojde jen k výměně mezi translační a rotační energií. Svislá složka a hmotnost míče vytvářejí svislé zrychlení vzhledem k míči. Jelikož míč na zemi neproklouzne, můžeme uplatnit zásadu zachování mechanické energie:

$$E_{pot(1)} + E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{pot(2)} + E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}.$$

E_{pot} je potenciální energie, zatímco indexy 1 a 2 odpovídají stavu těsně před odskokem míče a těsně po něm.

Jelikož se soustředíme na samotný odskok míče od země, $E_{pot(1)} = E_{pot(2)}$

$$\text{a } E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}.$$

V důsledku několika faktorů, včetně povrchu země a úhlové rychlosti míče těsně před odskokem, je obtížné odhadnout vliv tření. Není proto jednoduché předvídat hodnoty týkající se pohybu míče těsně po odskoku, zejména vektor jeho rychlosti.

2 | 4 Pokusy a postupy

1. Aby se ve studentech vzbudil zájem, jsou požádáni, aby míč pustili a současně mu udělili počáteční rotaci^[1]. Studenti by si měli dát do souvislosti odskok míče do strany s rotací, kterou mu udělili.
2. První pokus [první sada aktivit]
Studenti sestaví rampu tvořenou dvěma souběžnými tyčemi. Vzdálenost mezi těmito tyčemi by měla být o něco menší než průměr míče.



OBR. 4 Příprava na první pokus.

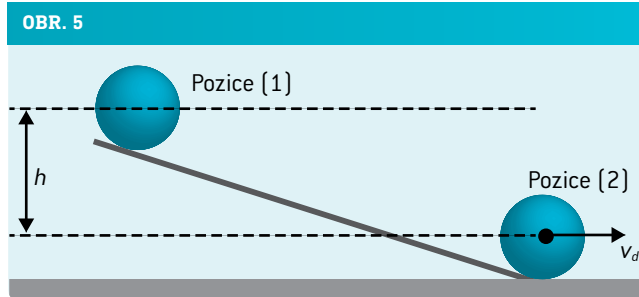
Studenti jsou vyzváni, aby z horního konce rampy pustili malý míč, zaznamenali jeho pohyb a analyzovali jej pomocí nástroje pro video analýzu, například Tracker^[2]. Podrobnou prezentaci tohoto softwaru naleznete v publikaci *iStage 1 – Výukové materiály pro informatiku v přírodních vědách*^[3]. Ještě lepší by bylo použít vysokorychlostní kameru (120 snímků za sekundu nebo více).

Pevný míč (m, R) $I = \frac{2}{5}mR^2$ se valí bez klouzání z pozice {1} k zemi, tj. do pozice {2}, a pokračuje ve valivém pohybu po zemi (OBR. 5).

Poznámka: Moment setrvačnosti míče používaného ve fotbalových zápasech je bližší $\frac{2}{3}mR^2$.

Při pokusech je používán pevný míč.

Zatímco se míč valí dolů po rampě, mění se jeho rychlost v a úhlová rychlost ω podle $v = R\omega$.



Zásada zachování energie je následující:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \dots = \frac{7}{10}mv_d^2.$$

\vec{v}_d je rychlost míče na dolním konci rampy. Translační kinetická energie je rovna $\frac{5}{10}mv_d^2$, proto je rotační kinetická energie rovna $\frac{2}{10}mv_d^2$.

$$\text{Proto } \frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}} = \frac{2}{5}.$$

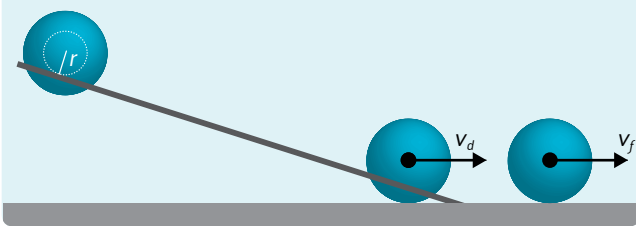
V navrhovaném pokusu odpovídá pohyb míče na rampě $v = r\omega$, kde r je vzdálenost mezi osou rotace a body, ve kterých se míč dotýká rampy.

Pokus je nastaven (OBR. 6) tak, aby $r < R$. Následně je podíl

$$\frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}}$$

větší než $\frac{2}{5}$. Když se míč dostane na zem, bude roven $\frac{2}{5}$, takže valivý pohyb získá novou konfiguraci, při které bude vzdálenost mezi osou rotace a bodem, ve kterém se míč dotkne země, rovna R .

OBR. 6



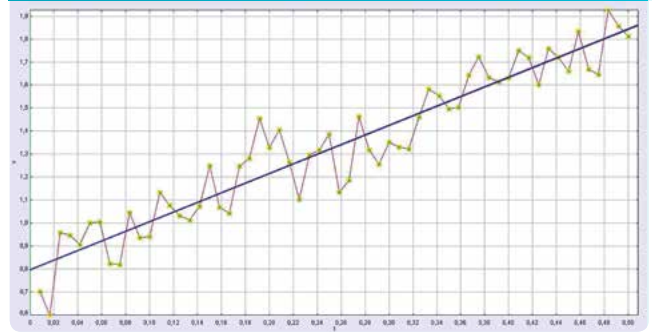
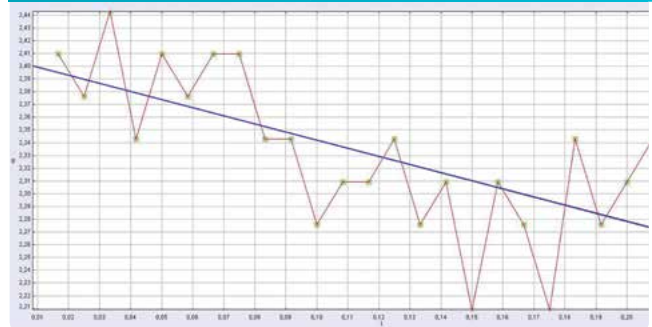
To přesně se stane a po velmi rychlé přeměně získá rychlost míče svou konečnou hodnotu, kdy je rychlost \vec{v}_f větší než rychlost \vec{v}_d , při které přijde míč do kontaktu se zemí.

Studenti tak mohou i pouhým okem sledovat, že se míč na zemi pohybuje rychleji. Také mohou analyzovat pohyb a definovat rychlosti \vec{v}_d a \vec{v}_f .

Za tím účelem musí zohlednit rotační kinetickou energii. Jinak z hlediska zachování energie neexistuje žádné vysvětlení. Každý, kdo ví, že pevné těleso může mít translační a rotační kinetickou energii, pochopí, že určitá část rotační kinetické energie byla v důsledku tření mezi zemí a míčem přeměněna na translační kinetickou energii.

2 | 5 Vyžadované materiály

Dvě tyče o délce 1 metr a příslušné stojany a konektory; jeden malý míč, ideálně pevný a vyrobený z tvrdé pryže. Typická školní laboratoř je těmito materiály nepochybně vybavena.

OBR. 7 První část pohybu, $v_d = 1,85$ m/sOBR. 8 Druhá část pohybu, $v_f = 2,4$ m/s

3 | CO STUDENTI DĚLAJÍ

3 | 1 První pokus: první sada aktivit

1. Připravte pokus.
2. Nahrajte video [1].
3. Použijte nástroj pro video analýzu, například Tracker [2].
4. Definujte rychlosti těsně před nárazem na vodorovnou rovinu a těsně po něm (viz OBR. 6 a 7).
5. Změřte poloměr míče a definujte jeho úhlovou rychlost, když se začne valit po zemi (OBR. 9).
6. Změřte hmotnost míče a definujte translační kinetickou energii těsně před kontaktem ($E_{kin,tr(1)}$) a těsně po ($E_{kin,tr(2)}$) kontaktu s vodorovnou rovinou (OBR. 9).
7. Vysvětlete změnu kinetické energie.

OBR. 9 $\omega = 156$ s⁻¹, $E_{kin,tr(1)} = 2,46 \cdot 10^{-2}$ J, $E_{kin,tr(2)} = 4,14 \cdot 10^{-2}$ J



OBR. 10 Příprava na druhý pokus

3 | 2 Druhý pokus

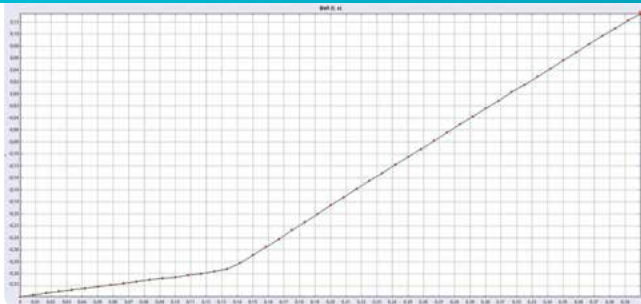
Studenti by měli připravit pokus podobný prvnímu pokusu. Tentokrát by se však měl konec rampy nacházet asi 0,6 metru nad vodorovnou rovinou.

Studenti by měli udělit míči valivý pohyb a nechat jej spadnout na povrch pod ním. Měli by zaznamenat pohyb a analyzovat jej pomocí nástroje pro video analýzu, např. Tracker [2]. V tomto případě začíná zajímavý aspekt pohybu v okamžiku, kdy míč opustí rampu, přičemž získá značnou rotaci. Při tomto pokusu se studenti hlouběji ponoří do oblastí pohybu a energie.

Druhá sada aktivit

1. Připravte pokus
2. Pusťte míč dolů z horního okraje rampy a na kameru natočte jeho pohyb [1].
3. Sestrojte graf x vs. t a definujte vodorovnou složku rychlosti míče v_x při jeho pádu a odrazu. Vysvětlete změnu v_x .
4. Změřte hmotnost míče a vypočítejte, kolik energie míče

OBR. 11 Příklad grafu zobrazujícího změnu rychlosti



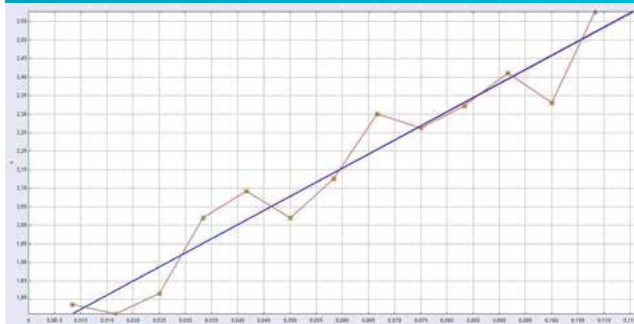
$E_{kin,rot}$ se přemění na $E_{kin,tr}$. Také byste měli stanovit rychlost míče těsně před odskokem a těsně po něm.

$$v_{pád,kon} = 2,55 \frac{m}{s} \quad E_{kin,tr(1)} = 4,67 \cdot 10^{-2} J \quad (\text{OBR. 12}) \quad \text{a}$$

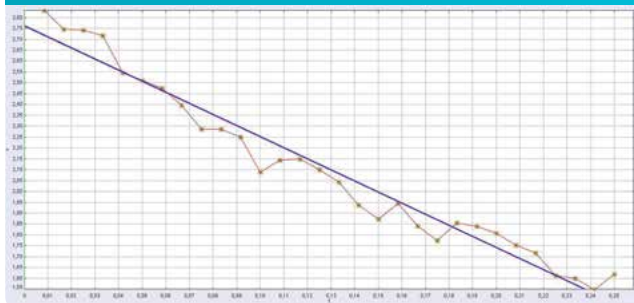
$$v_{rise,init} = 2,76 \frac{m}{s} \quad E_{kin,tr(2)} = 5,47 \cdot 10^{-2} J \quad (\text{OBR. 13})$$

$$\Delta E_{kin,tr} = 0,8 \cdot 10^{-2} J = -\Delta E_{kin,rot}$$

OBR. 12

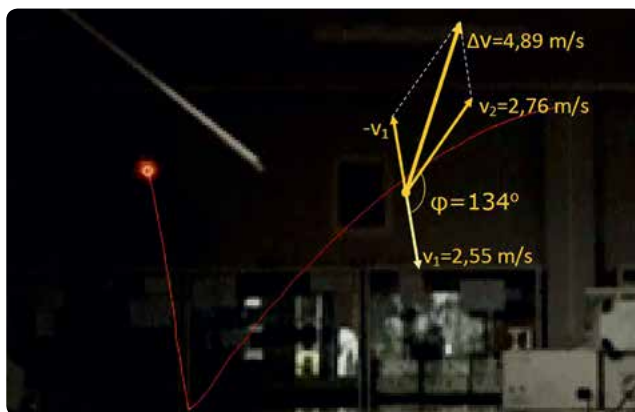


OBR. 13



5. Definujte změnu $\Delta \vec{p}$ [$kg \cdot \frac{m}{s}$] hybnosti míče při kontaktu se zemí.

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$$



OBR. 14

\vec{v}_1 a \vec{v}_2 jsou hodnoty rychlosti těsně před odskokem a těsně po něm. Tyto absolutní hodnoty při tomto konkrétním pokusu jsou $2,55 \frac{m}{s}$ a $2,76 \frac{m}{s}$, přičemž úhel $\varphi = 134^\circ$ mezi nimi.

$\Delta \vec{v}$ je změna rychlosti. Její absolutní hodnota se vypočítá jako $4,89 \frac{m}{s}$. Úhel mezi \vec{v}_2 a $\Delta \vec{v}$ se vypočítá jako úhel 24° .

Změna hybnosti vyplývá ze vzorce $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$.

Její směr je stejný jako směr $\Delta \vec{v}$ a její absolutní hodnota je $7 \cdot 10^{-2} kg \cdot \frac{m}{s}$.

6. Posuďte druhou část pohybu, jako by byl míč vyhozen z úrovně země. Definujte počáteční veličiny, které charakterizují tento hod, a vypočítejte maximální výšku a rozsah hodu. Porovnejte vámi stanovené hodnoty s příslušnými hodnotami z aplikace Tracker. Vysvětlete případné rozdíly mezi analýzou údajů a teoretickými hodnotami.

4 | ZÁVĚR

Studenti by měli pozorovat změny pohybu a energie míče a dát je do souvislosti se silou, zejména její vodorovnou složkou, která působí mezi míčem a zemí, a s točivým momentem této síly. Současně by měli dojít k závěru, že kinetická energie pevného tělesa se skládá ze dvou veličin (translační a rotační kinetické energie). Nakonec by mohli překonat určité předsudky, které se možná odvíjí od skutečnosti, že při výuce mechaniky obvykle pracujeme s modelem hmotného bodu.

5 | MOŽNOSTI SPOLUPRÁCE

Studenti z různých škol, a nemusejí být ze stejné země, spolu mohou komunikovat a vyměňovat si videa, zejména v případě první aktivity. Předpokládá se, že dospějí ke stejným závěrům, které pak mohou při telekonferenci projednat.

A nakonec se mohou setkat a společně realizovat různé aktivity, například následující:

1. Jděte ven a připravte kameru. Nahrajte video míče padajícího na zem a podívejte se na údaje pro pohyb míče během nárazu do země.
2. Tento pohyb analyzujte.
3. Učiňte závěry ohledně vlastností tření během nárazu míče na zem.
4. Definujte rychlost míče před nárazem na zem a po něm, změřte hmotnost míče a vypočítejte translační kinetickou energii.
5. Požádejte zručného hráče ze třídy, aby do míče kopal různými technikami, nahrajte videa a popište výsledky, když míč narazí na zem.
6. Vytvořte konečnou odpověď na základní otázku: proč mají brankáři větší potíže, když se před nimi míč odrazí od země.
7. Po dokončení aktivit si zahrajte fotbalový zápas věnovaný vědě. Takový zápas bude samozřejmě přínosný pro obě strany bez ohledu na konečné skóre!

ZDROJE

[1] www.science-on-stage.de/iStage3_materials

[2] www.physlets.org/tracker

[3] www.science-on-stage.de/iStage1-download



IMPRINT

TAKEN FROM

iStage 3 - Football in Science Teaching
available in Czech, English, French, German,
Hungarian, Polish, Spanish, Swedish
www.science-on-stage.eu/istage3

PUBLISHED BY

Science on Stage Deutschland e.V.
Poststraße 4/5
10178 Berlin · Germany

REVISION AND TRANSLATION

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH
www.transformcologne.de

CREDITS

The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

DESIGN

WEBERSUPIRAN.berlin

ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH
www.tricom-agentur.de

PLEASE ORDER FROM

www.science-on-stage.de
info@science-on-stage.de

Creative-Commons-License: Attribution Non-Commercial
Share Alike



First edition published in 2016

© Science on Stage Deutschland e.V.



SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

- ... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
- ... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
- ... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on

WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU

 www.facebook.com/scienceonstageeurope

 www.twitter.com/ScienceOnStage

Subscribe for our newsletter:

 www.science-on-stage.eu/newsletter



MAIN SUPPORTER OF
SCIENCE ON STAGE GERMANY

think
ING.
Die Initiative für
Ingenieur Nachwuchs

Proudly supported by

