

Anjali Ahooja · Corina Toma · Damjan Štrus · Dionysis Konstantinou · Maria Dobkowska · Mirosław Łoś
Uczniowie: Nandor Licker i Jagoda Bednarek



Drgające ciała

WPROWADZENIE

Obiekty drgające występują wszędzie wokół nas. Każdy dźwięk jest wytwarzany przez drgające źródło. Analiza ruchu drgającego nie jest łatwa, stąd w drodze uproszczenia dokonano jedynie analizy ruchu drgającego sprężyny i wahadła.

Lekcja „Drgające ciała” jest zalecana dla uczniów w wieku od 14 do 16 lat (poziom I) oraz uczniów w wieku od 17 do 19 lat (poziom II). Przedmioty: fizyka, matematyka i technologie informacyjno-komunikacyjne (TIK).

Poziom I

Uczniowie mają za zadanie przygotować sprężynę i wahadło oraz wprawić je w drgania. Następnie obserwują i rejestrują prosty ruch i drganie za pomocą kamery lub telefonu komórkowego. W programie Tracker lub VirtualDub (zob. Aneks) analizują obraz wideo (klatka po klatce) w celu zbadania charakteru ruchu (przesunięcie w funkcji czasu). Na podstawie analizy obrazów wideo i wykresów uczniowie ustalają częstotliwość, okres drgań, amplitudę i współczynnik sprężystości sprężyny (stałą sprężyny) lub przyspieszenie grawitacyjne dla wahadła.

Poziom II

A: W tej grupie uczniowie wykonują takie same działania jak powyżej, z tym że analiza powinna być dużo bardziej szczegółowa. Na podstawie analizy obrazów wideo i wykresów uczniowie mogą obserwować przesunięcie w fazie podczas przemieszczenia, ustalić następujące wielkości: częstotliwość, okres drgań, amplitudę, prędkość, przyspieszenie, a także scharakteryzować, jak powyższe wielkości zmieniają się w czasie. Ponadto uczniowie mają możliwość zweryfikować zasadę zachowania energii mechanicznej.

B: Uczniowie powinni przymocować akcelerometr do drgającego ciała, aby móc rejestrować wartości przyspieszenia i na podstawie uzyskanych w ten sposób danych obliczyć okres drgań, prędkość, amplitudę, przemieszczenie, energię potencjalną i kinetyczną. Na kolejnym etapie uczniowie przygotowują wykresy i weryfikują parametry tego samego ruchu, wykorzystując dwie metody: różniczkowanie (przesunięcie → prędkość → przyspieszenie) i całkowanie (przyspieszenie → prędkość → przemieszczenie).

MATERIAŁY

W celu wykonania zadań przewidzianych do przeprowadzenia podczas tej lekcji uczniowie potrzebują: kamery

cyfrowej, kamerki internetowej lub telefonu komórkowego z kamerą, linijki lub innego rodzaju instrumentu pomiarowego (który zostanie umieszczony w pobliżu drgającego ciała i będzie widoczny na obrazie wideo), różnego rodzaju sprężyn, 3 lub 4 obiektów o różnej masie, które zostaną zawieszono na sprężynie, 3 lub 4 wahadeł o różnej długości, komputera lub laptopa, programu do analizy obrazu wideo, np. Tracker lub VirtualDub, aplikacji Java „Osc”, która jest dostępna na stronie www.science-on-stage.de.

ZAKRES PROGRAMOWY

Najprostszy układ wykonujący drgania mechaniczne składa się z ciała o masie m , zawieszono na sprężynie lub wahadle (mały kąt wychylenia). Bezwładność ciała o masie m powoduje przejście układu przez punkt równowagi. Stosując drugą zasadę dynamiki Newtona, można otrzymać równanie ruchu układu.

Uczniowie mają za zadanie zweryfikować to równanie dla różnych wielkości fizycznych.

Poziom I

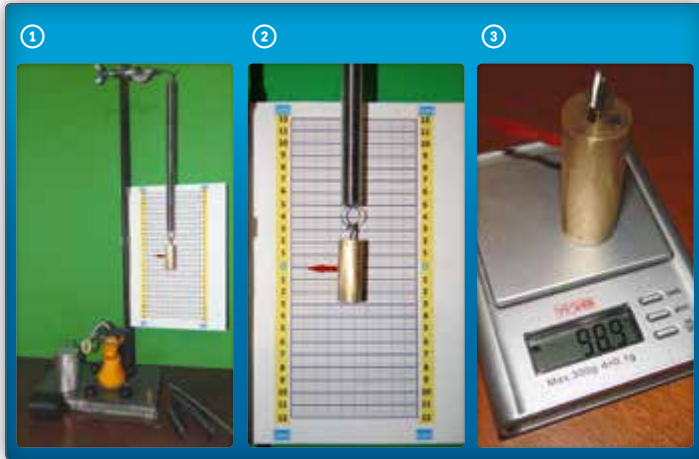
Uczniowie z Poziomu I powinni zweryfikować następujące wielkości fizyczne:

- Okres drgań sprężyny: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, gdzie m oznacza masę ciała oscylującego.
- Okres drgań wahadła: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, gdzie ℓ oznacza długość wahadła, g oznacza przyspieszenie ziemskie.

Poziom II

Uczniowie z Poziomu II powinni zweryfikować następujące wielkości fizyczne:

- Siła sprężystości: $F = kx$, gdzie k oznacza współczynnik sprężystości sprężyny, x oznacza przemieszczenie ciała drgającego.
- Okres drgań sprężyny: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, gdzie m oznacza masę ciała drgającego, okres drgań wahadła: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, gdzie ℓ oznacza długość wahadła, g oznacza przyspieszenie ziemskie.
- Przesunięcie ciała drgającego ruchem harmonicznym prostym: $x = A\sin(\omega t + \phi)$, gdzie A oznacza amplitudę, ω oznacza częstość kołową, ϕ oznacza stałą fazową.



Przesunięcie ciała drgającego w przypadku drgań tłumionych: $x = Ae^{-(b/2m)t} \cos(\omega't + \Phi)$ z $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$, gdzie b oznacza współczynnik tłumienia drgań.

Prędkość ciała drgającego: $v = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$

Przyspieszenie ciała drgającego: $a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$

Całkowita energia mechaniczna może zostać zapisana jako suma energii potencjalnej i kinetycznej dla sprężyny:

$$E_m = E_p + E_k = \frac{ky^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{dla wahadła: } E_m = E_p + E_k = mg\Delta h + \frac{mv^2}{2}$$

Doświadczenie dla Poziomu I i Poziomu II

- 1. Przygotuj sprężynę z ciałem zawieszonym u dołu sprężyny/wahadło z ciałem zawieszonym na końcu nici. Następnie umieść linijkę w położeniu umożliwiającym pomiar przemieszczenia. ① ②
- 2. Zapisz masę sprężyny/długość wahadła. ③
- 3. Ustaw kamerkę internetową w kierunku sprężyny/wahadła w sposób umożliwiający ujęcie całego układu.
- 4. Wychył ciało z położenia równowagi w sposób umożliwiający drgania w kierunku położenia równowagi.
- 5. Zapisz obraz wideo.
- 6. Zmierz okres drgań za pomocą chronometru lub odczytaj z nagranej obrazu wideo.
- 7. Przymocuj akcelerometr do drgającego ciała i zapisz dane (tylko poziom II).
- 8. Zmieniając wybrane parametry, sprawdź jak wpływają one na wielkości opisujące drgania.

Analiza

1. Aby rozpocząć pracę w programie Tracker, uczniowie muszą zaimportować klip wideo i wybrać części, które będą analizowane.

Program umożliwia przetwarzanie danych dotyczących położenia obserwowanego ciała w funkcji czasu. Na podstawie takich danych program tworzy wykres pokazujący, jak różne wartości zmieniają się w czasie: położenie w kierunku poziomym i pionowym, szybkość w obu kierunkach, rzeczywista prędkość, przyspieszenie, energia mechaniczna (potencjalna i kinetyczna).

Jeżeli uczniowie wyrażają chęć obserwacji i analizowania wpływu zmian wprowadzanych w systemie, program umożliwia również definiowanie nowych wielkości fizycznych.

2. W programie Tracker lub VirtualDub uczniowie mogą obserwować podobny charakter zmian przemieszczenia w przypadku drgań zarówno sprężyny, jak i wahadła. Rys. 4-7 przedstawiają zestawienie obrazów poklatkowych wykonane w programie VirtualDub. Porównując obrazy można zauważyć, że charakter drgań wahadła i sprężyny jest podobny.

1. Wahadło (podsumowanie klatka po klatce) ④

2. Drgania wahadła (podsumowanie klatka po klatce) ⑤

3. Drgania sprężyny (podsumowanie klatka po klatce) ⑥

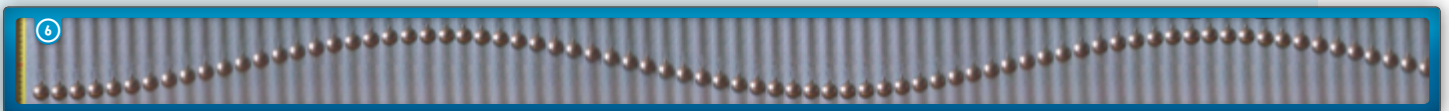
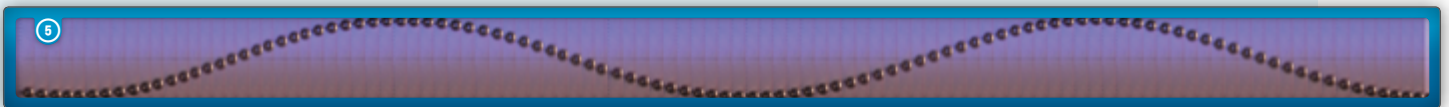
3. W celu urozmaicenia analizy ruchu harmonicznego prostego sprężyny/wahadła można wykorzystać akcelerometr i zapisać wartości przyspieszenia ciała drgającego. Następnie uczniowie mogą przetwarzać takie dane w programie „Osc” dostępnym na stronie www.science-on-stage.de. Program tworzy cztery wykresy przedstawiające przyspieszenie, prędkość, przemieszczenie i energię całkowitą (potencjalną i kinetyczną) w funkcji czasu.

Jeżeli uczniowie zaimportują dane, powinni sporządzić wykres $a = f(t)$. Z powyższego wykresu można oszacować okres ruchu drgającego oraz obliczyć częstość kołową i przemieszczenie ciała drgającego. Następnie można porównać dane eksperymentalne z danymi uzyskanymi w programie. ⑦

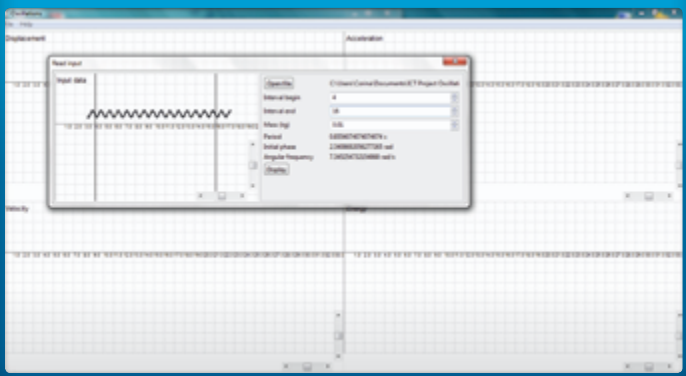
W programie Tracker, VirtualDub lub Osc uczniowie mogą wykonać następujące zadania:

- ▮ Obserwować charakter drgań (poziom I, poziom II);
- ▮ Ustalić charakterystykę drgań (poziom I, poziom II);
- ▮ Sporządzić wykresy: $T = f(m)$,) dla stałej wartości k oraz $T = f(k)$ dla stałej wartości masy (poziom II – doświadczenie ze sprężyną) i $T = f(l)$ (poziom I, poziom II – doświadczenie z wahadłem);
- ▮ Obserwować przesunięcie fazowe pomiędzy przemieszczeniem i prędkością oraz pomiędzy przemieszczeniem i przyspieszeniem (poziom II);

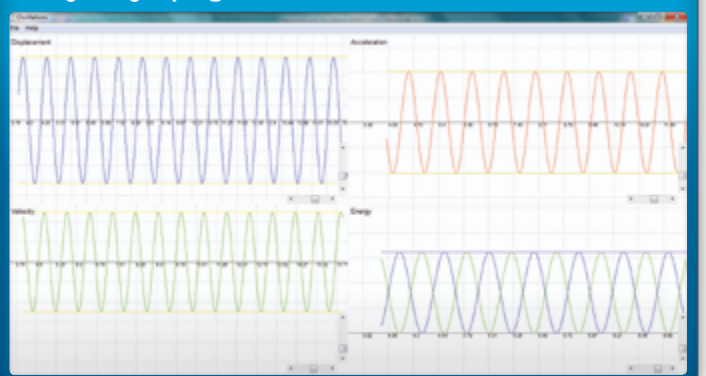
- ▮ Zweryfikować zasadę zachowania energii mechanicznej na wykresie: ⑧ czarna linia przedstawia energię całkowitą, która jest równa sumie energii potencjalnej (niebieska krzywa) i energii kinetycznej (zielona krzywa) (poziom II);
- ▮ Sprawdzić, czy okres zmian energii potencjalnej i kinetycznej odpowiada połowie okresu drgań (poziom II);
- ▮ Zweryfikować zależność $T = f(m)$ dla sprężyny o stałej k , jeżeli dostępne są pliki z danymi dla ciał o różnej masie, lub zależności $T = f(k)$ dla ciała o takiej samej masie i różnych sprężyn (poziom II);
- ▮ Zweryfikować zależność $T = f(l)$ dla wahadła (poziom I, poziom II).



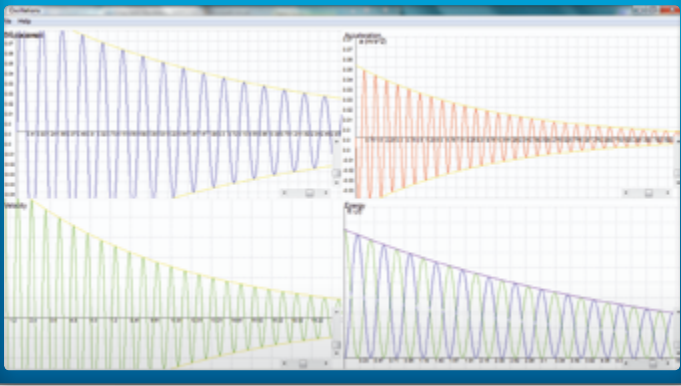
7 Porównanie danych doświadczalnych i danych z symulacji



8 Wykresy w programie Osc



9 Symulacja drgań tłumionych w programie Osc



W programie Osc dostępnym na stronie www.science-on-stage.de uczniowie mogą wykonać symulację drgań tłumionych 9. Uczniowie mogą wybrać następujące parametry drgań: częstość, amplitudę, stałą fazową oraz $b/2m$ (gdzie b oznacza współczynnik tłumienia drgań, m oznacza masę ciała oscylującego) [poziom II]. Uczniowie mogą formułować wnioski dotyczące: wartości przemieszczenia w momencie, gdy prędkość lub przyspieszenie ma wartość maksymalną 0, różnicę pomiędzy okresem drgań i okresem zmian energii potencjalnej lub kinetycznej, a także wpływ tarcia na parametry ruchu.

Rys. 10 przedstawia, w jaki sposób można wykonać prosty zestaw do analizowania drgań tłumionych. Rys. 11 przedstawia wynik analizy wykonanej w programie Tracker.

Uczniowie mogą:

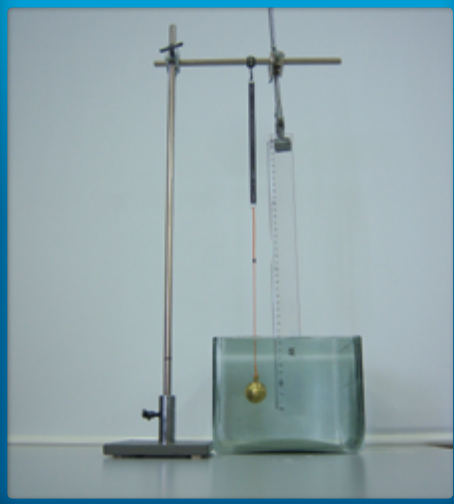
- ▮ przedstawić wnioski dotyczące wartości przemieszczenia przy maksymalnej lub zerowej prędkości;
- ▮ przedstawić wnioski dotyczące wartości przemieszczenia przy maksymalnym lub zerowym przyspieszeniu;
- ▮ wyjaśnić, dlaczego okres drgań jest dwa razy większy od okresu zmian energii potencjalnej lub kinetycznej;
- ▮ przedstawić wnioski dotyczące wpływu tarcia na parametry ruchu.

WNIOSKI

Analiza ruchu drgającego sprężyny nie jest łatwa. Przeprowadzone doświadczenia i przetworzenie rzeczywistych danych w wybranym programie pomogły uczniom zrozumieć zależność pomiędzy różnymi parametrami ruchu drgającego i rozwinąć umiejętność posługiwania się technologiami informacyjno-komunikacyjnymi. Ponadto zdobyta wiedza przyda się podczas analizy innych ruchów drgających.



10 Badanie drgań tłumionych za pomocą prostego zestawu doświadczalnego



11 Wynik analizy w programie Tracker

