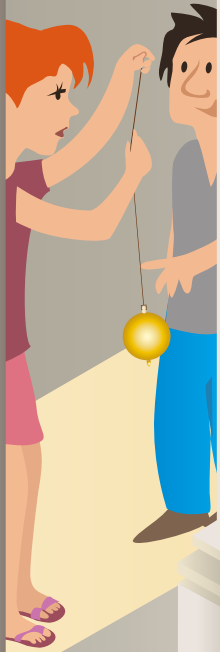


Anjali Ahooja · Corina Toma · Damjan Štrus · Dionysis Konstantinou · Maria Dobkowska · Mirosław Los  
Učena: Nandor Licker és Jagoda Bednarek

C

## Rezgő testek



## BEVEZETÉS

Rezgő tárgyak vesznek körül bennünket. Minden egyes hangot rezgő forrás képez. A rezgés tanulmányozása nem a legkönnyebb dolog, de leegyszerűsítettük a rugó és az inga mozgására.

Ez az anyag rész 14–16 éves (első szint), illetve 17–19 éves (második szint) diákoknak ajánlott. Az alkalmazott tantárgyak a következők: fizika, matematika, illetve információs és kommunikációs technológia.

### Első szint

A diákok felfüggesztenek egy ingát vagy egy rugót, és rezgésbe hozzák. Megfigyelik az egyszerű mozgást és rögzítik videókamerával vagy egy mobiltelefon kamerájával. Tracker vagy VirtualDub használatával (lásd a függelékben) elemzik a videót kockáról kockára a mozgás jellemzőinek (elmozdulás-idő függvény meghatározásához). A videók és a grafikus elemzés segítségével a diákok meg tudják határozni egy inga rezgésszámát, periódusidejét, amplitúdóját, a rugóállandót vagy a nehézségi gyorsulás értékét.

### Második szint

**A:** Ezek a diákok ugyanazokat a lépéseket végzik, mint a fiatalabbak, de részletesebben elemzik a grafikonokat. A videó és a grafikus elemzés segítségével a diákok megfigyelik a rugóút fázisváltásait és képesek megtalálni az alábbi mennyiségeket: rezgésszám, periódusidő, amplitúdó, sebesség, gyorsulás, valamint ezek időbeli függését. Megvizsgálják továbbá a mechanikai energiák megmaradásának törvényét.

**B:** A diákok rákapcsolnak egy gyorsulásmérőt a rezgő testre. Feljegyzik a gyorsulási értékeket, amiből aztán ki tudják számítani az időtartamot, a gyorsulást, az amplitúdót, a rugóút, valamint a mozgási és helyzeti energiákat. Ezután grafikonokat szerkesztenek, és a következő módszerek használatával megvizsgálják ugyanannak a mozgásnak a paramétereit: differenciálszámítással (rugóút  $\rightarrow$  sebesség  $\rightarrow$  gyorsulás) és integrálszámítással (gyorsulás  $\rightarrow$  sebesség  $\rightarrow$  rugóút).

## FORRÁSOK

Az anyagrésszel folytatandó munkához a diákoknak a következőkre van szükségük: digitális videokamera, webkamera vagy mobiltelefon kamera; egy vonalzó vagy valamilyen más mérőeszköz (amit a rezgő test közelében kell elhelyezni úgy, hogy a videón is látható legyen); különböző rugók és a rájuk akasztható 3–4 különböző tö-

megű tárgy; 3–4 különböző hosszúságú inga, egy számítógép vagy laptop; videóelemző szoftver, például Tracker vagy VirtualDub; az Osc Java alkalmazás, amely a [www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de) oldalon érhető el.

## ALAPOK

A legegyszerűbb mechanikai rezgő rendszerek egy rugóra vagy egy kis kitérésű ingára felfüggesztett  $m$  tömegű testből állnak. Az  $m$  tömegű test tehetetlensége az eszközt kibillenti az egyensúlyából. Newton rezgő testre vonatkozó második törvényét alkalmazva megkapjuk a rendszer mozgásegyenletét.

A diákok ismételjék át a különböző fizikai mennyiségek kiszámításához szükséges képleteket.

### Első szint

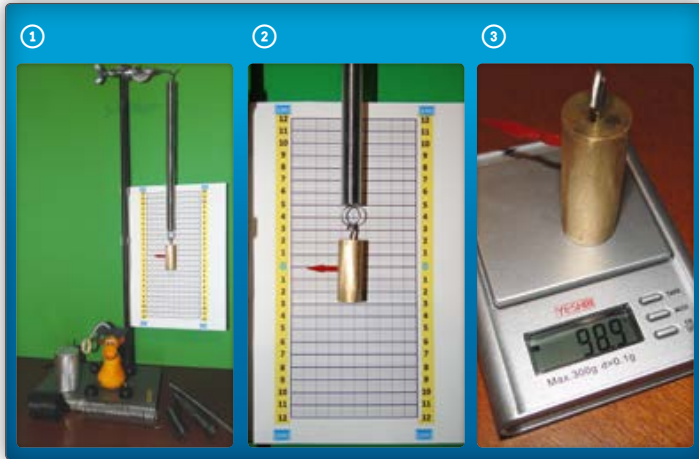
Ezen a szinten a diákoknak az alábbi fizikai mennyiségeket érdemes átismételniük:

- Rezgésidő:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , ahol  $m$  a rezgő test tömege
- Lengésidő:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ , ahol  $\ell$  az inga hossza,  $g$  pedig a nehézségi gyorsulás

### Második szint

A diákoknak a következő fizikai mennyiségeket kell átismételniük:

- Rugóerő:  $F=kx$ , ahol  $k$  a rugóállandó,  $x$  a rezgő test elmozdulása
- Periódusidő: rugó esetében  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , ahol  $m$  a rezgő test tömegét fejezi ki; inga esetében  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ , ahol  $\ell$  az inga hossza,  $g$  pedig a nehézségi gyorsulás
- Az egyszerű harmonikus mozgású rezgő test kitérése:  $x=A\sin(\omega t + \phi)$ , ahol  $A$  az amplitúdó,  $\omega$  a körfrekvencia és  $\phi$  a fázisállandó
- Csillapított rezgésben levő test kitérése:  $x=Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega t + \Phi)$  z  $\omega'=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{b^2}{4m^2}}$ , ahol  $b$  a közegellenállás együttható
- A rezgő test sebessége:  $v=\omega A\cos(\omega t + \phi)$
- A rezgő test gyorsulása:  $a=-\omega^2 A\sin(\omega t + \phi)$



- A teljes mechanikai energia a mozgási és a helyzeti energia összegéenként írható le:

$$\text{rugóra: } E_m = E_p + E_k = \frac{ky^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{ingára: } E_m = E_p + E_k = mg\Delta h + \frac{mv^2}{2}$$

#### Kísérlet az első és a második szint részére

- Függesztünk fel egy rugót vagy egy ingát, amelynek aljára egy testet rögzítettünk. Helyezzünk egy vonalzózt a megfelelő helyre a kitérés méréséhez ① ②
- Jegyezzük fel a tömeget (a rugós kísérlet esetében), illetve a hosszúságot (az inga esetében) ③
- Állítsuk be a webkamerát a rugó/inga felé úgy, hogy az rögzíteni tudja a teljes beállítást
- Engedjük el a testet és várjuk meg, amíg a lengésből visszatér a középső helyzetbe
- Mentsük el a videót
- Egy stopperórával mérjük a periódusidőt vagy olvassuk le a rögzített felvételenről

- Kapcsoljunk egy gyorsulásmérőt a rezgő testre, és mentjük el az adatokat (csak a második szint esetében)
- A kiválasztott paraméterek megváltoztatásával derítjük ki, hogy miként befolyásolják azok a mért adatokat

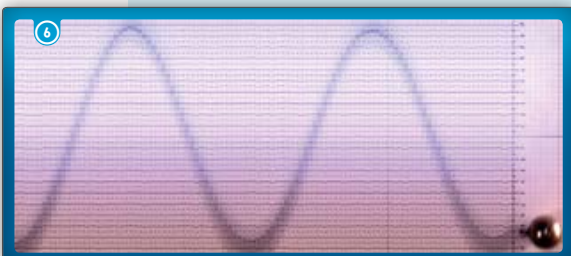
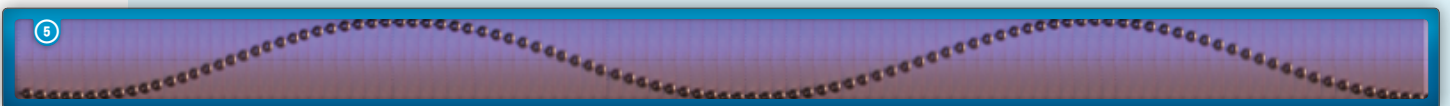
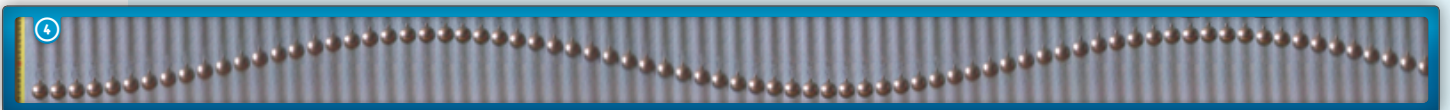
#### Elemzés

- A Tracker szoftver használatának megkezdéséhez a tanulóknak először importálniuk kell a videóklipet és kiválasztaniuk az elemezni kívánt részt.

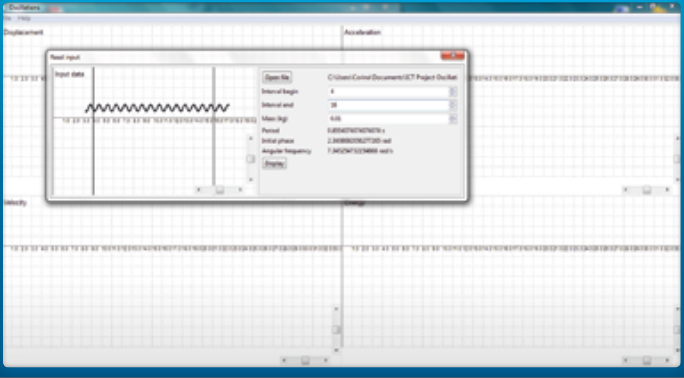
A program feldolgozza a megfigyelt test helyzetéről szóló információkat az idő függvényében. Ezeket alapul véve a program grafikonokat szerkeszt a különböző mennyiségek időfüggvényével: vízszintes és függőleges pozíció, ebben a két dimenzióban meglévő sebesség, aktuális sebesség, gyorsulás, mechanikai energia (mozgási és helyzeti). Ha a diákok tanulmányozni és elemezni kívánják eltéréseiket, a program lehetőséget ad új fizikai mennyiségek meghatározására.

- Tracker vagy VirtualDub segítségével a diákok megfigyelhetik a rugós rezgés és az ingamozgás közös kitérés jellemzőit. A 4–7-es ábrák a VirtualDub szoftverével készült gyorsított (time-lapse) felvételeket mutatnak. A képeket összehasonlítva hasonló jellemzőket fedezhetünk fel a rugó rezgése és az inga mozgása között.

- Rugó rezgések (kockáról kockára) ⑤
- Inga rezgések (kockáról kockára) ④
- Inga (kockáról kockára) ⑥



### 7 A kísérleti és szimulációs adatok összehasonlítása



3. A rugó vagy inga egyszerű harmonikus rezgőmozgásának tanulmányozásához használhatunk gyorsulásmérőt, valamint rögzíthetjük a rezgő test gyorsulását. Az adatok feldolgozását a diákok ezt követően az Osc szoftver felhasználásával végezhetik el, amely a [www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de) oldalon található meg. A szoftver négyféle grafikont bocsát rendelkezésre: a gyorsulás, a sebesség, az elmozdulás és az összes energia (mozgási és helyzeti) időfüggvényét.

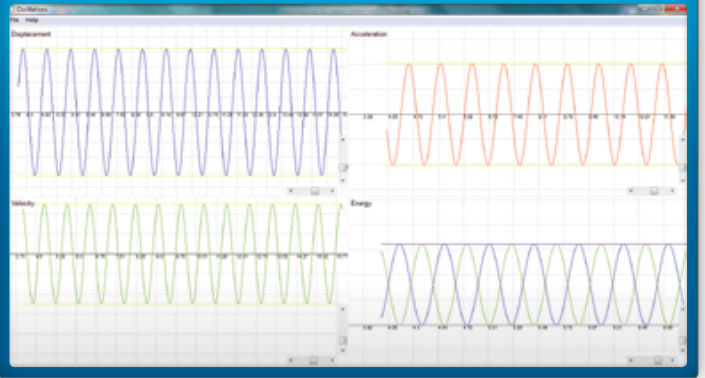
Miután a diákok importálják az adatokat, meg kell rajzolniuk az  $a = f(t)$  grafikont. Ez alapján meg tudják becsülni a mozgás periódusidejét, és ki tudják számolni a rezgő test körfrekvenciáját és elmozdulását. Ezután összevetik a kísérleti adatokat a szoftver adataival. ⑦

### Összefoglaló kérdések

A Tracker, a VirtualDub és az Osc használatával az alábbi főbb feladatokon dolgozhatnak a diákok:

- Figyeljék meg a rezgések jellemzőit (1. és 2. szint)
- Állapítsák meg a rezgések jellemzőit (1. és 2. szint)
- Szerkesszék meg a grafikonokat:  $T = f(m)$ , ha  $k$  állandó és  $T = f(k)$ , ha a tömeg állandó (2. szinten rugó esetében), illetve  $T = f(l)$  (mindkét szinten inga esetében)
- Figyeljék meg a fázisváltásokat az elmozdulás és sebesség, illetve az elmozdulás és gyorsulás között (2. szint)
- Igazolják a mechanikai energiamegmaradás törvényét grafikonon ⑧; a fekete görbe jelzi az összes energiát, ami megegyezik a helyzeti energia (kék görbe) és a mozgási energia (zöld görbe) összegével (2. szint)
- Ellenőrizzék, hogy a helyzeti energia és a mozgási energia változásának időtartama fele a rezgés-időtartamának (2. szint)
- Igazolják a  $T = f(m)$  függvényt  $k$  állandóval egy rugó esetében, ha több fájll áll rendelkezésre különböző tö-

### 8 Osc szoftverrel készített diagram

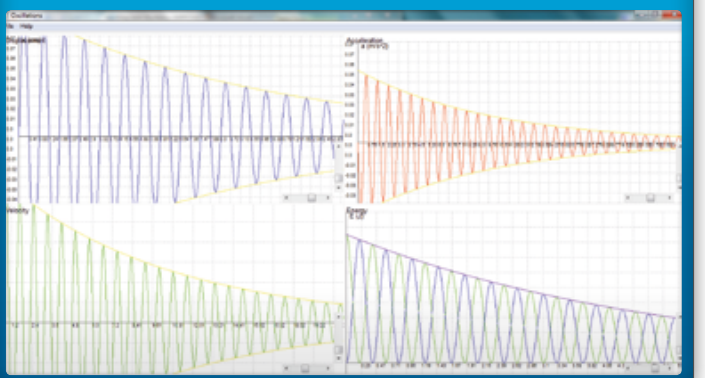


megekre vonatkozó adatokkal, vagy a  $T = f(k)$  függvényt azonos tömegű test esetén különböző rugókkal (2. szint)

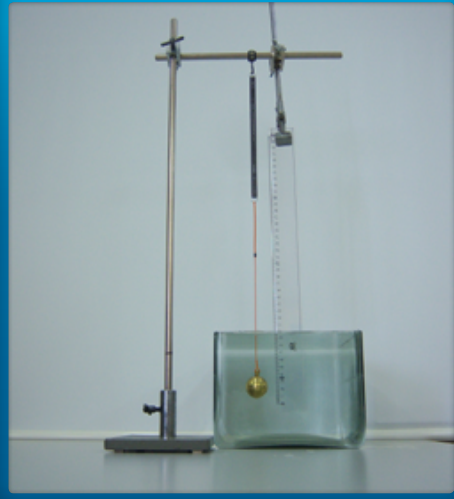
- Ellenőrizzék a  $T = f(l)$  függvényt egy inga esetében (1. és 2. Szint)

Ugyanennek az Osc szoftvernek a használatával ([www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de)) a diákok szimulálhatják a csillapított rezgést. ⑨ Kiválaszthatják a rezgés paramétereit: a rezgésszámot, az amplitúdót, a fázisállandót és a  $b/2m$ -et is (ahol  $b$  a közegellenállási együttható és  $m$  a rezgő test tömege) (2.szint). A diákok megfogalmazhatják a véleményüket az alábbiakról: a kitérés értékekről a sebesség vagy a gyorsulás maximumának vagy kezdőpontjának pillanatában, a mozgás időtartama és a mozgási vagy helyzeti energia közti különbségről és végül, de nem utolsósorban, a mozgás paramétereire ható súrlódásról.

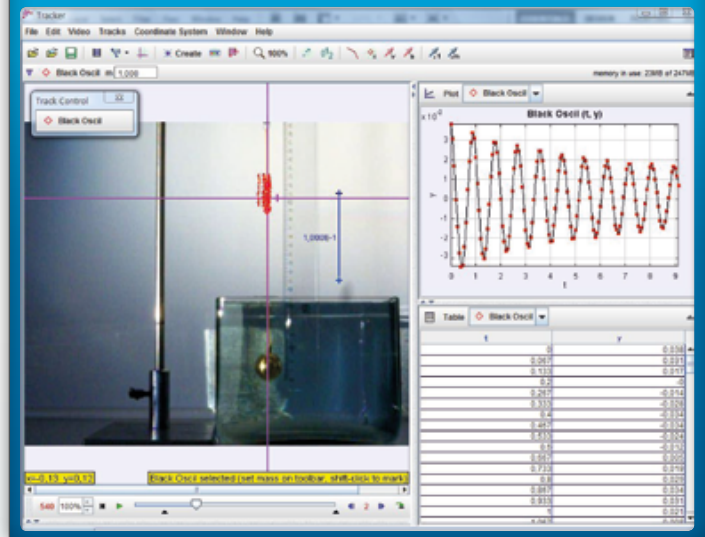
### 9 Csillapított rezgés szimulációja az Osc szoftver használatával



### 10 Csillapított rezgéstesztelés egyszerű eszközökkel



### 11 Tracker használatával készített elemzés eredménye



A 10 ábra azt mutatja, hogyan mutassunk be egy egyszerű kísérletet a csillapított rezgések tesztelésére. A 11 ábra a Tracker segítségével készített elemzés eredményét mutatja.

A diákok következtetéseket vonhatnak le az alábbiakról:

- Elmozdulási értékek maximum vagy nulla sebességnél
- Elmozdulási értékek maximum vagy nulla gyorsulásánál
- Miért kétszer akkora a mozgási periódus, mint a helyzeti energia vagy a mozgási energia változásának periódusa
- A súrlódás mozgási paraméterekre gyakorolt hatása

## KÖVETKEZTETÉS

Egy rugó egyszerű mozgását nem olyan könnyű megvizsgálni. Kísérletek elvégzésével és a választott szoftverben valós adatokkal dolgozva a diákok azonban könnyen megértik a rezgő mozgás különböző paramétereinek összefüggéseit, és információs és kommunikációs technológiai ismereteiket is fejlesztik. A megszerzett tudást a későbbiekben más rezgő mozgások vizsgálatánál lesznek képesek használni.

