ANDERS FLORÉN · PHILIPPE JEANJACQUOT · DIONYSIS KONSTANTINOU · ANDREAS MEIER · CORINA TOMA · ZBIGNIEW TRZMIEL

UN BALLON QUI A LA BANANE !

Effet Magnus, dynamique des fluides
Physique, mathématiques
16 – 19 ans

1 | SYNOPSIS

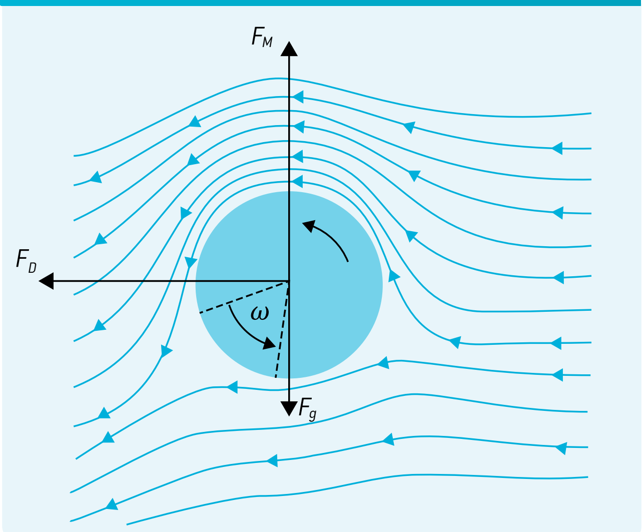
En vol, un ballon vrille en raison de l'effet Magnus, une force qui s'exerce perpendiculairement à la direction et à l'axe de rotation du ballon. Nous présentons ici quelques expériences pratiques, simulations et méthodes de calcul de la trajectoire du ballon.

2 | INTRODUCTION THÉORIQUE

En juin 1997, Roberto Carlos a marqué un but étonnant sur un coup franc botté à 35 m, et le public n'en revient pas encore.[1] Comment expliquer le comportement du ballon, qui part dans une direction puis revient en vrille vers le but, comme par magie ? Cela s'explique par le fait que le ballon est en rotation dans l'air et qu'il subit l'effet Magnus. Pour voir une présentation gratuite du coup franc par l'expert en la matière lui-même, Roberto, nous recommandons vivement la vidéo qui lui est consacrée sur la page de UEFA Training Ground.[2] Et pour une présentation gratuite de l'effet Magnus, poursuivez votre lecture…

Pour analyser la trajectoire d'un ballon, il faut mesurer trois forces qui s'exercent sur le ballon : la force gravitationnelle F_g, l'effet Magnus F_M et la force de traînée F_D.

FIG. 1 Les forces[3]



Le principe de la gravitation est exprimé par la seconde loi de Newton, $F_g = mg$, m étant la masse de la balle et g l'accélération gravitationnelle.

L'effet Magnus F_M résulte de l'application de pressions différentes sur les côtés opposés du ballon. Les modifications de la pression s'expliquent par le principe de Bernoulli. Pour un point donné d'une surface qui se meut dans un fluide à la vitesse v, la pression totale p est égale à la pression statique environnante p_0 plus la pression dynamique q (**ÉQ 1**), ρ étant la masse volumique du fluide. Dans notre cas, il s'agit de la masse voluminique de l'air. Mais lorsqu'un ballon ou un cylindre de rayon R est en rotation (avec une vitesse angulaire de ω en radians par seconde), un point de la surface du ballon est soumis à une plus grande turbulence de l'air $(v + \omega R)$ que le point opposé sur l'autre côté $(v - \omega R)$. Ainsi, nous pouvons déduire la différence de pression $\Delta p = 2\rho\omega vR$ de **ÉQ 1**.

$$p = q + p_0 = \frac{\rho v^2}{2} + p_0 \qquad \textbf{(ÉQ 1)}$$

$$\Delta p = \left(\frac{\rho v_2^2}{2} + p_0\right) - \left(\frac{\rho v_1^2}{2} + p_0\right)$$

$$= \frac{\rho\left((v+\omega R)^2 - (v-\omega R)^2\right)}{2} = 2\,\rho\omega vR$$

$$F_M = \Delta pA = (2\rho\omega vR)A$$

Pour un cylindre : $F_M = 4\rho\omega vR^2h$. **(ÉQ 2)**

Pour une sphère : $F_M = 2\rho\omega v\pi R^3$. **(ÉQ 3)**

La pression exercée sur la surface constitue F_M. Sans approfondir les aspects mathématiques plus complexes, nous nous intéresserons aux forces appliquées perpendiculairement au mouvement du fluide. Toute force appliquée dans une direction autre que perpendiculaire au mouvement du fluide est annulée par une autre force opposée symétrique. C'est pourquoi nous étudierons seulement la coupe transversale A de l'objet. Pour un ballon, A sera simplement un cercle de rayon R (utilisé dans **ÉQ 3**) ; pour un cylindre, A sera un rectangle de hauteur $2R$ et de largeur h (utilisé dans **ÉQ 2**). En termes de grandeurs vectorielles, l'effet Magnus $\vec{F}_M$ est proportionnel au produit vectoriel de la vitesse directionnelle et de la vitesse angulaire.

Enfin, il conviendra de calculer la force de traînée F_D. La force de traînée est complexe, car l'écoulement d'air peut être laminaire ou turbulent, ce qui dépend en grande partie de la forme de l'objet et de la nature du fluide dans lequel il se déplace. Pour nos expériences, il suffira de postuler que l'écoulement du fluide est laminaire (comme dans la **FIG. 1**) et d'utiliser l'équation de la traînée, selon laquelle la force est dirigée dans la direction opposée à v et proportionnelle à la vitesse : $F_D = \beta v$. β est une constante qui dépend des propriétés du fluide et des dimensions de l'objet ; pour un ballon de football en mouvement dans l'air, elle est exprimée par la formule $\beta = 0{,}142\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ [4].

3 | TÂCHES DES ÉLÈVES

Ici, nous présentons trois expériences différentes pour illustrer l'effet Magnus. Toutes ces expériences peuvent être réalisées à titre de démonstrations, sinon, on peut les enregistrer et utiliser nos modèles pour analyser les trajectoires. Dans ce cas, enregistrez avec une caméra fixe placée à la même hauteur que les objets et perpendiculairement à leur trajectoire, et à quelques mètres de ceux-ci, afin de minimiser la distorsion angulaire. Le film pourra ensuite être analysé à l'aide d'une application de cap-

FIG 2 Cylindre lâché sur une pente

ture de mouvement. Nous vous recommandons l'application Tracker [5]. Vous pouvez trouver des instructions détaillées sur l'utilisation de Tracker dans notre premier livre iStage [6]. Il existe une excellente application nommée VidAnalysis [7], qui permet d'enregistrer la trajectoire et d'effectuer directement l'analyse via un appareil Android **(FIG. 2C)**. Les données peuvent également être exportées pour une analyse ultérieure. Dans le cas présent, nous utilisons le logiciel libre GeoGebra [8].

3 | 1 Expériences avec un cylindre

Construire plusieurs cylindres avec des feuilles de papier A4 ou A3 et de la colle. Installez une planche inclinée et lâchez les cylindres le long de la pente pour provoquer la chute libre des objets dans un mouvement circulaire **(FIG. 2A)**.

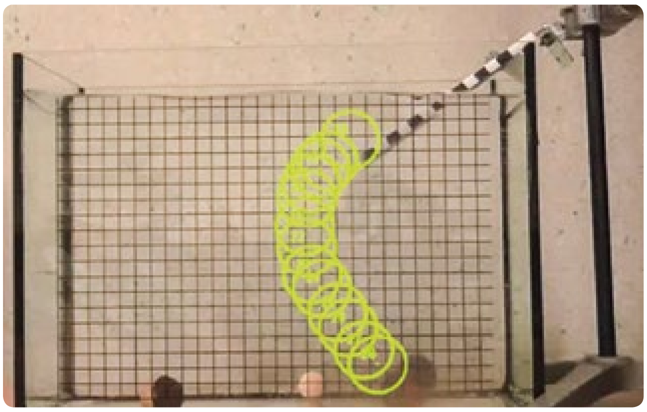


FIG. 3 L'effet Magnus dans l'eau

Les élèves peuvent observer ce qui se produit s'ils modifient la pente de la planche, le rayon ou la hauteur du cylindre. Ils peuvent déterminer expérimentalement les facteurs qui auront un effet visible plus important et les rapporter à l'**ÉQ 2**, ou bien approfondir leur étude en extrayant les données et en procédant à leur analyse (Modèle II), comme indiqué ci-après.

L'effet Magnus **(FIG. 3)** est encore plus étonnant dans l'eau en raison de la plus haute densité du fluide. Le cylindre doit avoir une plus haute densité que l'eau et une surface présentant des aspérités pour augmenter le frottement. Nous avons utilisé une tige pleine traitée au téflon, recouverte de ruban auto-agrippant adhésif. Pour ajuster le poids du cylindre, vous pouvez coller des pièces de monnaie à ses extrémités.

Une autre installation plus spectaculaire mais plus difficile consiste à coller ou à scotcher ensemble, par la base, deux tasses en polystyrène, de manière à obtenir un cylindre rétréci en son milieu. [9] Enroulez une ficelle autour du milieu et lancez le cylindre en l'air en tirant sur la ficelle (**FIG. 4**. Un lien vers la vidéo correspondante est également disponible sur notre page GeoGebra [10]). Cet exercice nécessite un peu de pratique, mais le résultat est spectaculaire. Cette expérience est moins facile à reproduire que les autres expériences avec un cylindre, car la trajectoire suivie dépend de la position angulaire et de la force avec laquelle on tire sur la ficelle. Néanmoins, vous pouvez analyser les trajectoires réussies. Dans la **FIG. 4** , les tasses jetées en l'air décrivent un mouvement circulaire. Si l'effet Magnus est sensiblement plus fort que la force de gravitation, F_M agit comme une force centripète. Cette hypothèse sera utilisée ultérieurement pour l'analyse des données.

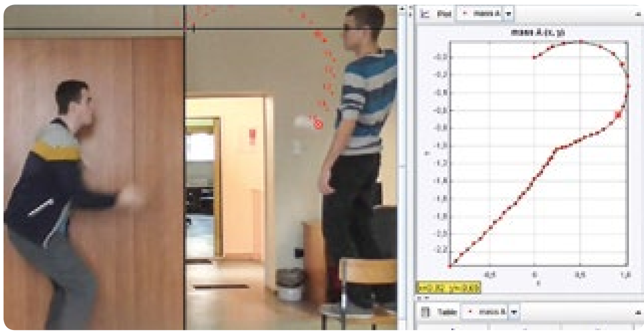


FIG. 4 Tasses jetées en l'air

3 | 2 Analyse des données

Nous avons développé différents modèles mathématiques pour analyser les trajectoires. Ces modèles sont directement accessibles en ligne, sur notre page iStage 3 GeoGebra [10]. Il est vivement conseillé de les consulter avant de poursuivre la lecture de ce texte. Ils s'afficheront directement dans votre navigateur ; cliquez simplement sur le lien correspondant.

Nous avons basé tous nos calculs sur le postulat selon lequel le mouvement circulaire est constant lors du déplacement de l'objet. Nous avons ensuite développé deux modèles simplifiés, sur la base d'hypothèses différentes :

Modèle I : Comme dans le cas des gobelets en carton lancés en l'air qui suivent une trajectoire en forme de point d'interrogation **(FIG. 4)**, F_M agit comme une force centripète, et la trajectoire obtenue de l'objet correspond à une courbe circulaire de rayon r. Cette hypothèse est également valide dans le cas d'un tir au but, où la vitesse totale de la balle reste sensiblement la même. Une partie de l'énergie est perdue du fait de la turbulence de l'air, aussi devons-nous introduire une constante C_s qui corresponde à cette perte.

Nous aurons ainsi :

$$F_M = C_s 2\rho\omega vRA = \frac{mv^2}{r}.$$

Pour une sphère : $r = \dfrac{mv}{2C_s\pi\rho\omega R^3}$. **(ÉQ 4)**

Pour un cylindre : $r = \dfrac{mv}{4C_s\rho\omega hR^2}$. **(ÉQ 5)**

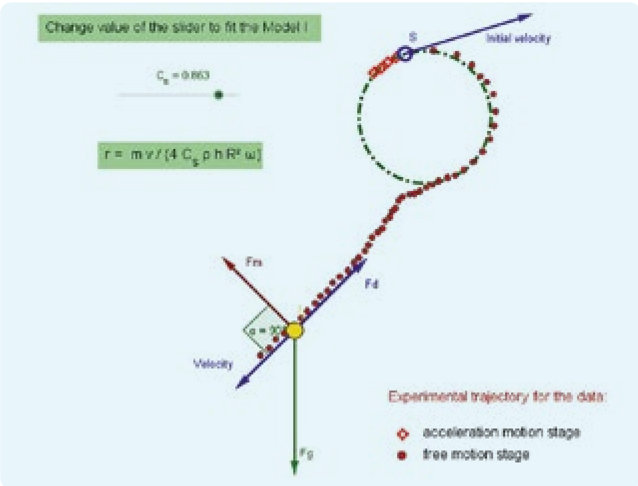


FIG. 5 Analyse de l'expérience des tasses jetées en l'air

Vous pouvez voir le tracé de la **FIG. 4** dans notre modèle GeoGebra (tasses jetées en l'air), et modifier le centre du cercle et C_s. Jouez avec les différents paramètres pour trouver la valeur la plus adéquate ; le modèle permettra de calculer r selon l' **ÉQ 5**. Pour nos données, la valeur la plus adéquate est $C_s = 0{,}86$.

Modèle II : Afin de simplifier les calculs pour l'expérience avec le cylindre en papier **(FIG. 2)**, on pourra postuler que l'effet Magnus s'exerce surtout perpendiculairement à la direction initiale du mouvement, et que les cylindres ont atteint une vitesse maximum lorsqu'ils tombent. Sur la base de ces hypothèses, F_D et F_g s'annulent, et l'effet Magnus peut être considéré comme une accélération a dans la direction y, de sorte que la trajectoire obtenue prend la forme d'une parabole :

$$y = \frac{a}{2v^2}x^2 \implies y = C_s\frac{\rho\omega RA}{mv}x^2.$$

Pour une sphère : $y = C_s\dfrac{\pi\rho\omega R^3}{mv}x^2$. **(ÉQ 6)**

Pour un cylindre : $y = C_s\dfrac{2\rho\omega hR^2}{mv}x^2$. **(ÉQ 7)**

Il s'agit d'une simplification, mais nous obtiendrons la même valeur C_s que pour notre autre modèle.

Sur notre page GeoGebra **(FIG. 6)**, nous avons reproduit, à travers une mise en scène, le fameux coup franc de Roberto Carlos. Vous pouvez jouer avec presque tous les paramètres pour modifier l'installation (distance, angle de tir, taille du but, constante C_s, vitesse, rotation, position du mur de quatre joueurs, etc.). L'analyse indiquera les trajectoires obtenues pour les modèles I et II, selon les **ÉQ 4** et **ÉQ 6**, puisqu'il s'agit d'un ballon, et non plus d'un cylindre. Mettez vos élèves au défi de trouver les valeurs les plus adéquates pour une configuration donnée, ou demandez-leur de déterminer les condi-

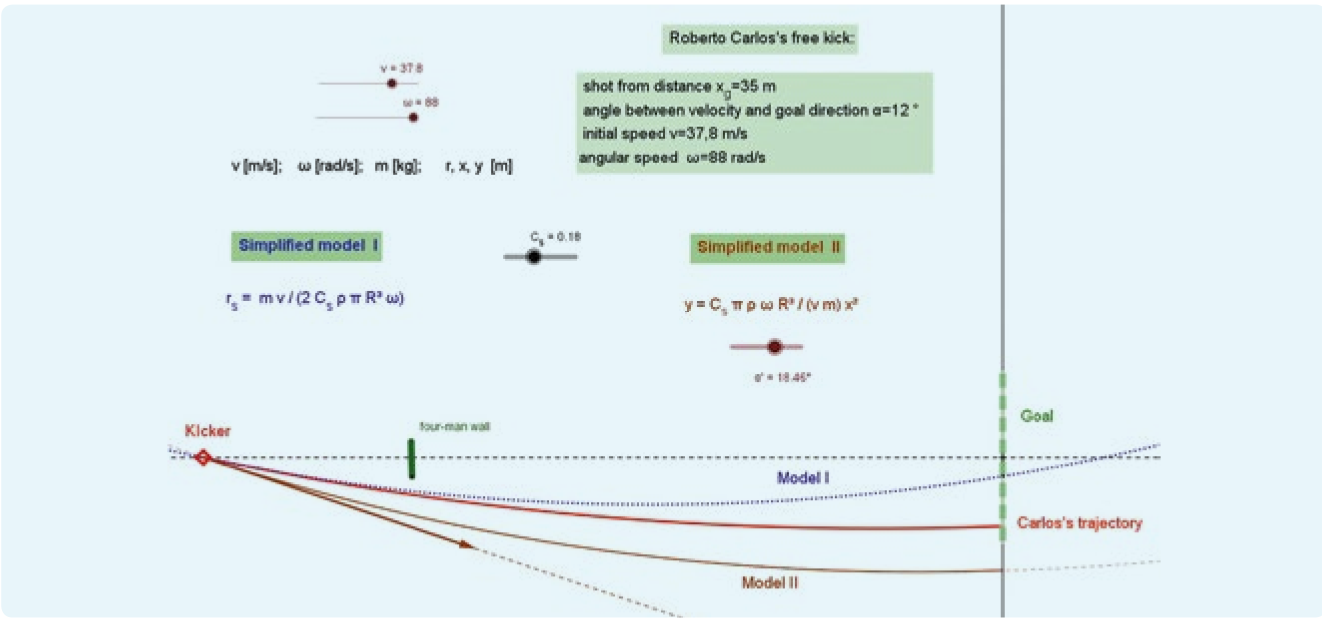


FIG. 6 Analyse du coup franc

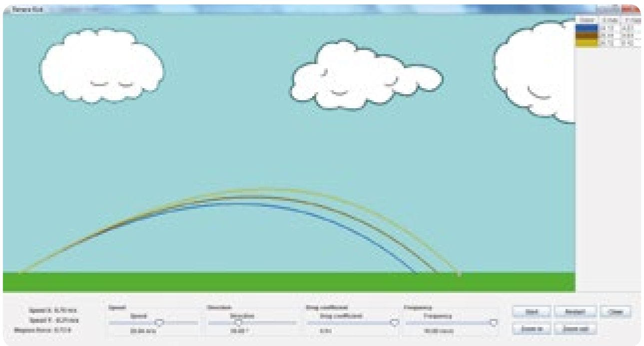


FIG. 7 2D simulation (de Cristian Militaru)

tions dans lesquelles les modèles produisent différentes trajectoires, puis demandez-leur d'expliquer pourquoi. (Vous constaterez que les modèles produisent des résultats différents lorsque l'on imprime un forte rotation au ballon à très basse vitesse).

3 | 3 Simulations

Simulation en 2D : Après quelques expériences pratiques, les élèves pourront simuler l'effet Magnus. Téléchargez le programme Java [11]. Dans cet exercice de simulation, les élèves peuvent modifier la vitesse initiale, l'angle de tir, le coefficient de traînée et la fréquence angulaire. Le sens de rotation et les forces exercées sur le ballon sont représentés dans la **FIG. 1**. La **FIG. 7** représente trois exemples de trajectoires à 30°, avec une fréquence de 0, 5, et 10 $\frac{\text{rev}}{\text{s}}$. Vous pouvez constater que les valeurs de x_{max} et y_{max} augmentent si la fréquence augmente.

Simulation en 3D : Nous avons une nouvelle fois reproduit la trajectoire du coup franc de Roberto Carlos (**FIG. 8**). Maintenant, vous pouvez essayer vous aussi, en téléchargeant le programme Java concerné [11]. Ultérieurement, vous pourrez essayer une version différente [11], sans le tir, mais avec la possibilité de modifier librement les paramètres, pour voir comment ils modifient la trajectoire.

En 3 D, la simulation devient vite plus complexe. Avec le modèle bidimensionnel, le ballon peut seulement être brossé ou chopé, donc l'effet Magnus s'exercent toujours sur le même plan que la trajectoire. Dans le modèle tridimensionnel, la trajectoire du ballon se courbe sous l'effet Magnus, mais le moment angulaire de rotation est conservé, car le ballon se comporte comme un gyroscope. Ainsi, l'angle entre v et ω sera différent selon les points de la trajectoire, ce qui imprimera au ballon une trajectoire plus complexe. À la différence de GeoGebra, ce programme calcule numériquement toutes les forces présentes dans chaque image, sur la base des valeurs de l'image précédente. Le programme est écrit en langage Processing [12], une version simplifiée de Java.

FIG. 8 3D simulation

4 | CONCLUSION

Sur le terrain de football, la trajectoire du ballon est complexe et dépend de toute une série de facteurs. Pour les étudier en classe, les élèves doivent les décomposer en éléments analysables par le biais de modèles et de simplifications. Ces expériences, modèles et simulations nous permettent de mieux comprendre les conclusions obtenues par la méthode scientifique : Si nous supposons que le jeu se joue dans l'eau, ou que le ballon de football peut être remplacé par deux tasses en papier, nous pouvons expliquer en grande partie comment Roberto Carlo a réalisé son tir courbé.

5 | POSSIBILITÉS DE COLLABORATION

Sur notre plate-forme iStage 3 GeoGebra, [10] vous trouverez des informations sur la procédure à suivre pour obtenir une copie de vos fichiers GeoGebra et les utiliser. Nous vous proposons une compétition : obtenir le plus grand effet Magnus possible dans l'expérience des tasses jetées en l'air. Cela équivaut à trouver la plus grande valeur possible pour la constante C_s, c'est-à-dire la valeur la plus proche de 1. Vous pouvez partager vos analyses, résultats et modèles [11].

RÉFÉRENCES :

[1] www.theguardian.com/football/2015/may/18/roberto-carloss-free-kick-against-france-recreated-sensible-soccer-style (08/03/2016)

[2] www.uefa.com/trainingground/skills/video/videoid%3D761187.html (08/03/2016)

[3] L'image originale de la **FIG. 1** est issue du site https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnus_effect.svg (08/03/2016)

[4] The Science of Soccer; John Wesson. CRC press, 2002. ISBN 978-0750308137

[5] www.physlets.org/tracker

[6] iStage: Teaching Materials for ICT in Natural Sciences, section "From Bicycle to Space", pp. 45-52; www.science-on-stage.de/iStage1_downloads

[7] VidAnalysis app https://play.google.com/store/apps/details?id=com.vidanalysis.free&hl=en (08/03/2016)

[8] www.geogebra.org/

[9] Une expérience similaire est décrite par Laura Howes (Science in School, numéro 35, 2016, www.scienceinschool.org/content/sports-spin).

[10] www.geogebra.org/science+on+stage

[11] www.science-on-stage.de/iStage3_materials

[12] https://processing.org

IMPRINT

TAKEN FROM

iStage 3 - Football in Science Teaching
available in Czech, English, French, German, Hungarian, Polish, Spanish, Swedish
www.science-on-stage.eu/istage3

PUBLISHED BY

Science on Stage Deutschland e.V.
Poststraße 4/5
10178 Berlin · Germany

REVISION AND TRANSLATION

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH
www.transformcologne.de

CREDITS

The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

DESIGN

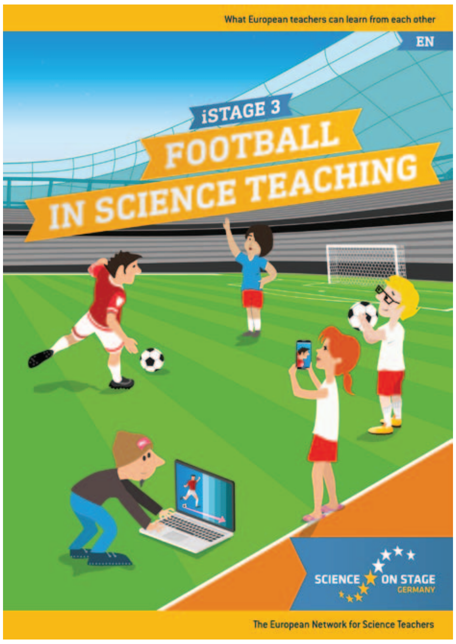
WEBERSUPIRAN.berlin

ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH
www.tricom-agentur.de

PLEASE ORDER FROM

www.science-on-stage.de
info@science-on-stage.de



SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on

WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU

www.facebook.com/scienceonstageeurope
www.twitter.com/ScienceOnStage

Subscribe for our newsletter:

www.science-on-stage.eu/newsletter

SCIENCE ON STAGE GERMANY

MAIN SUPPORTER OF SCIENCE ON STAGE GERMANY
think ING.
Die Initiative für Ingenieurnachwuchs

Proudly supported by
SAP